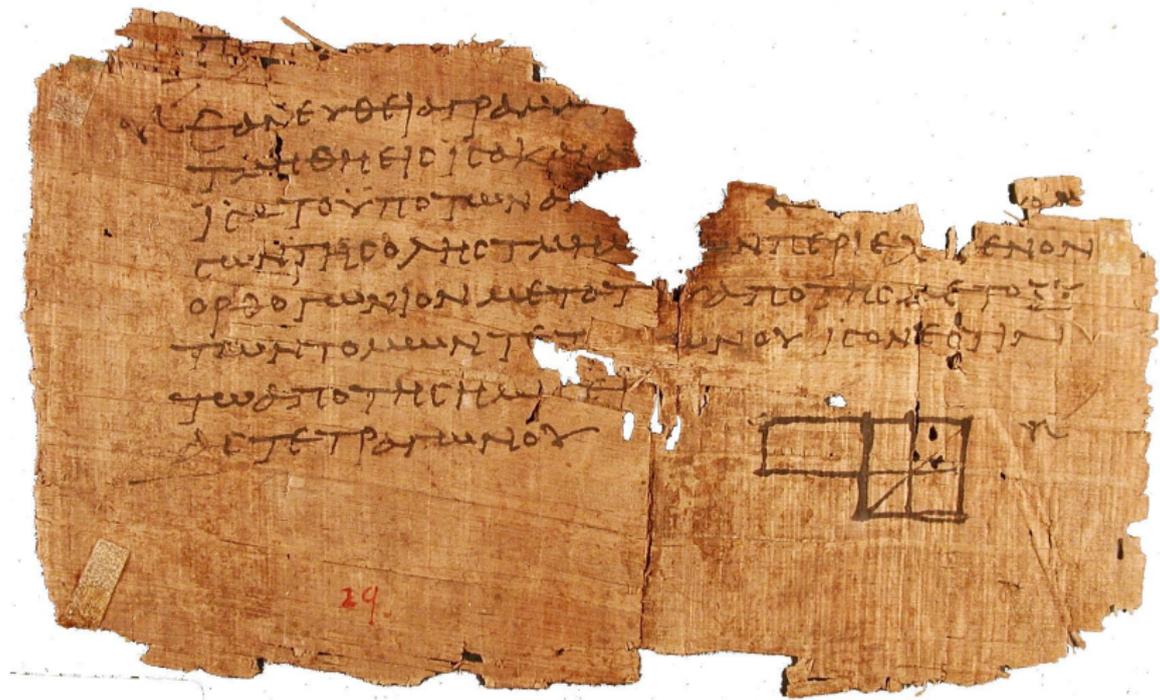


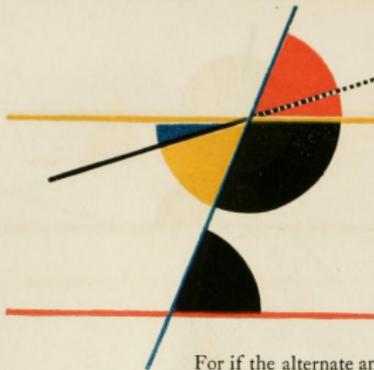
# Aux frontières de la géométrie : un monde sans courbure

Francis Lazarus (GIPSA-Lab, Grenoble, CNRS)





Copie fragmentaire des Éléments datée entre le Ier et IIIème siècle avant notre ère.



STRAIGHT line  
 (—) falling on  
 two parallel straight  
 lines (— and  
 —), makes the alternate  
 angles equal to one another; and  
 also the external equal to the  
 internal and opposite angle on the  
 same side; and the two internal  
 angles on the same side together  
 equal to two right angles.

For if the alternate angles  and  be not equal,

draw —, making  =  (pr. 23).

Therefore — || — (pr. 27.) and there-  
 fore two straight lines which intersect are parallel to the  
 same straight line, which is impossible (ax. 12).

Hence the alternate angles  and  are not  
 unequal, that is, they are equal:  =  (pr. 15);

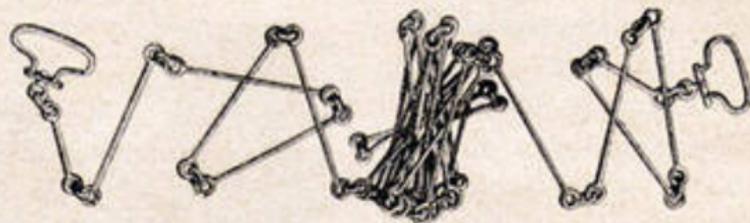
$\therefore$   = , the external angle equal to the inter-  
 nal and opposite on the same side: if  be added to

both, then  +  =  =  (pr. 13).

That is to say, the two internal angles at the same side of  
 the cutting line are equal to two right angles.

Q. E. D.

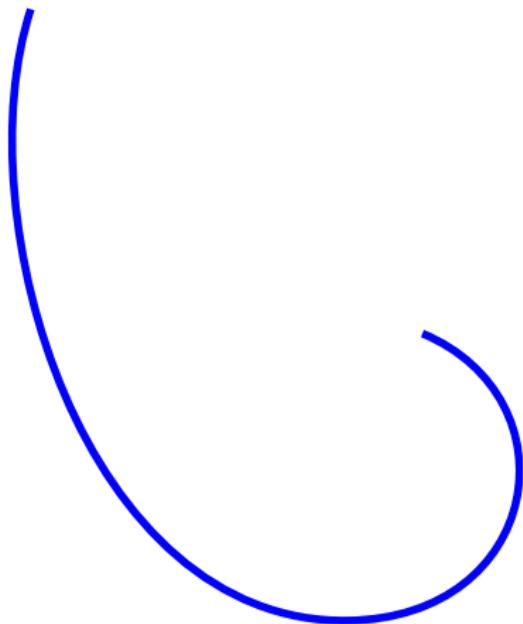
109. — **Le décamètre.** — Pour mesurer la longueur des chemins, des champs, il a fallu avoir un appareil plus long que le mètre et le double-mètre.



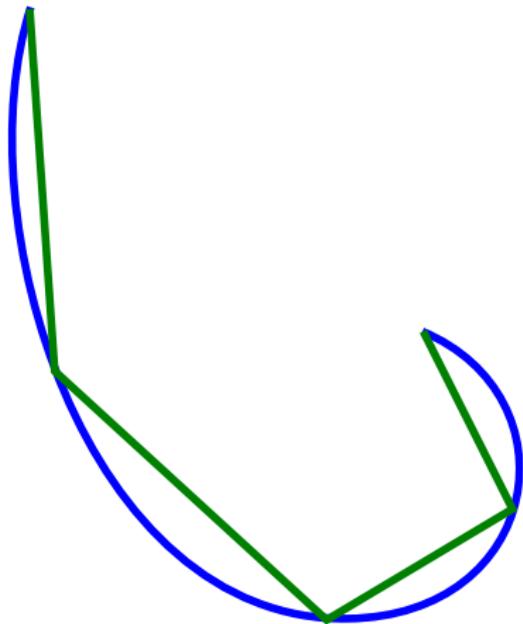
La chaîne d'arpenteur pliée (décamètre).

C'est la **chaîne d'arpenteur**. Cette chaîne a une longueur totale de 10 mètres. Elle correspond donc au décamètre.

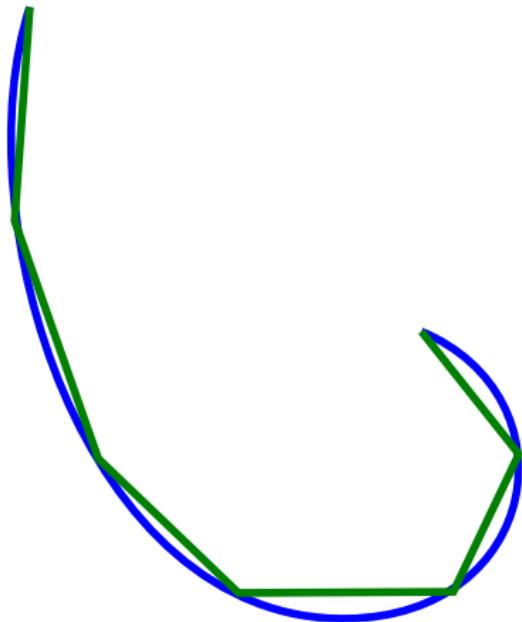
# Rectification



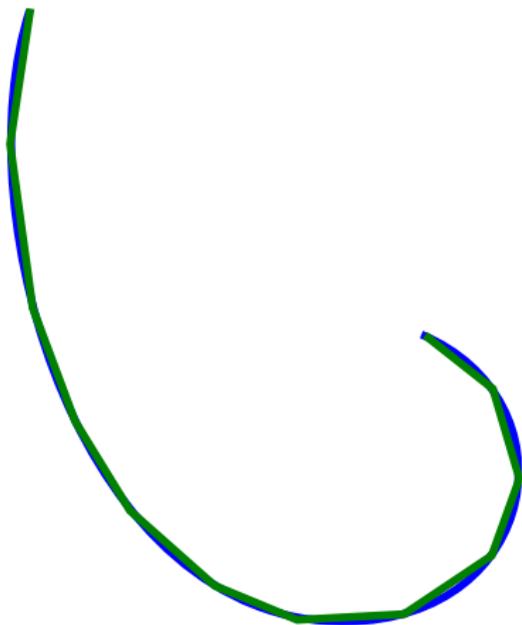
# Rectification



# Rectification

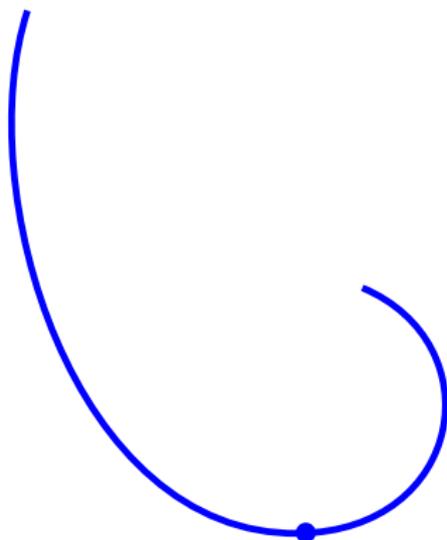
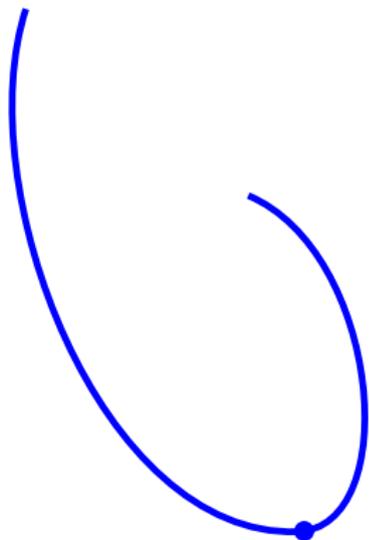


# Rectification

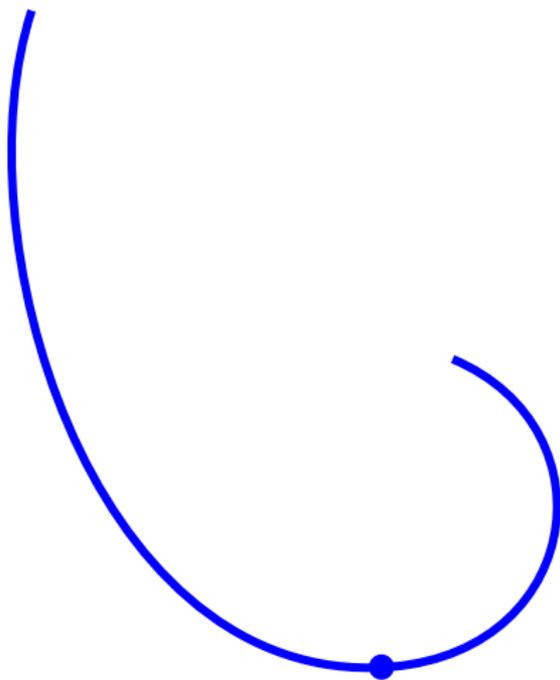


$$L = \int_a^b \left\| \frac{df}{dt}(t) \right\| dt = \int_a^b \sqrt{\left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2} dt.$$

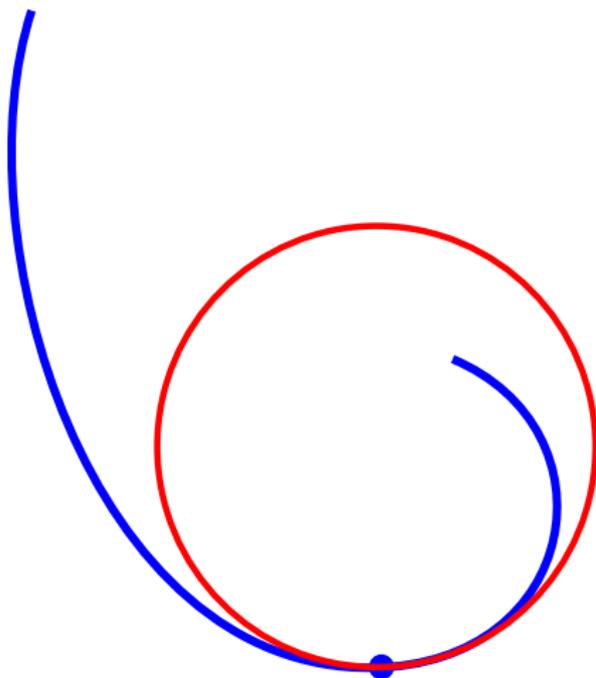
# Courbure d'une courbe



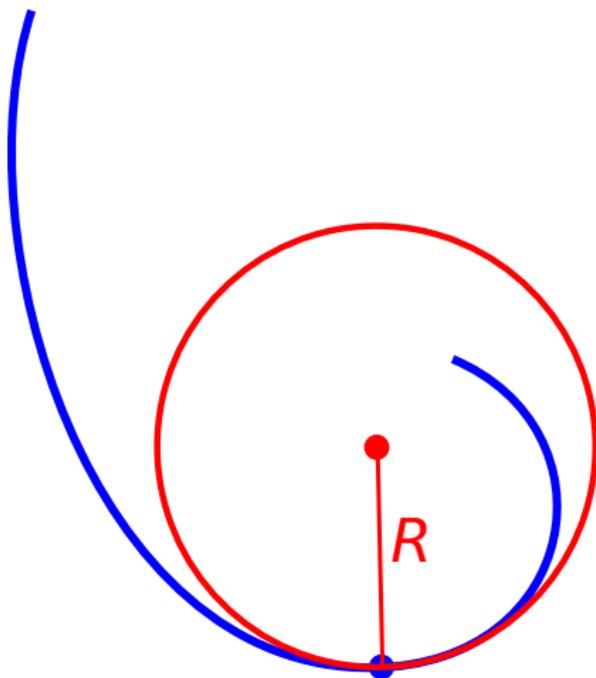
# Courbure d'une courbe



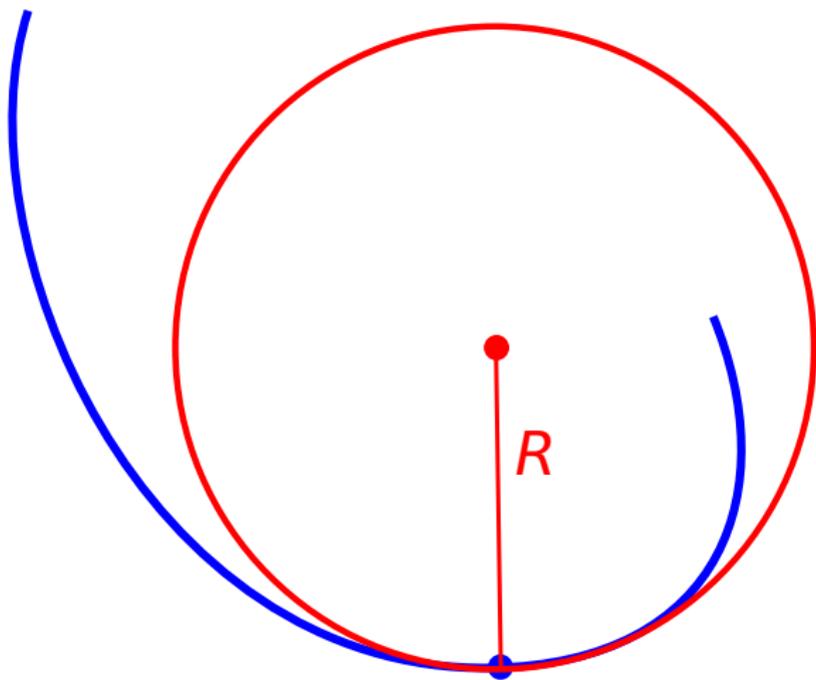
# Courbure d'une courbe



# Courbure d'une courbe

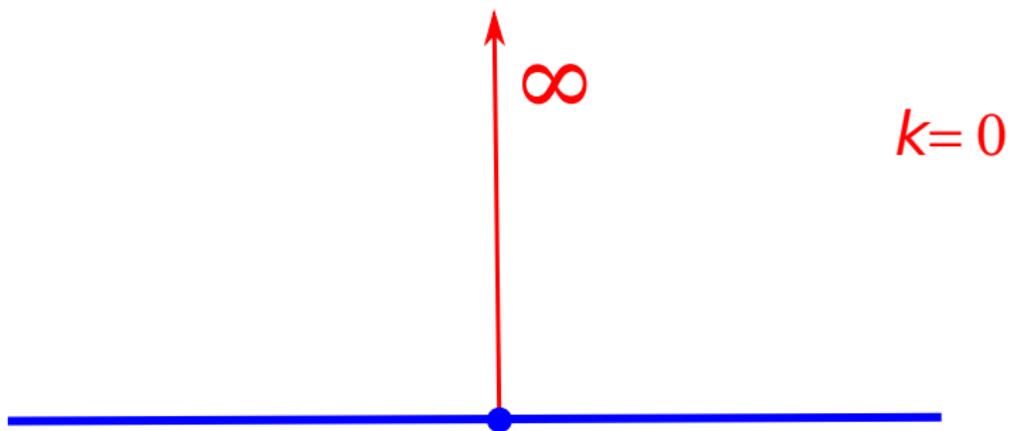


# Courbure d'une courbe

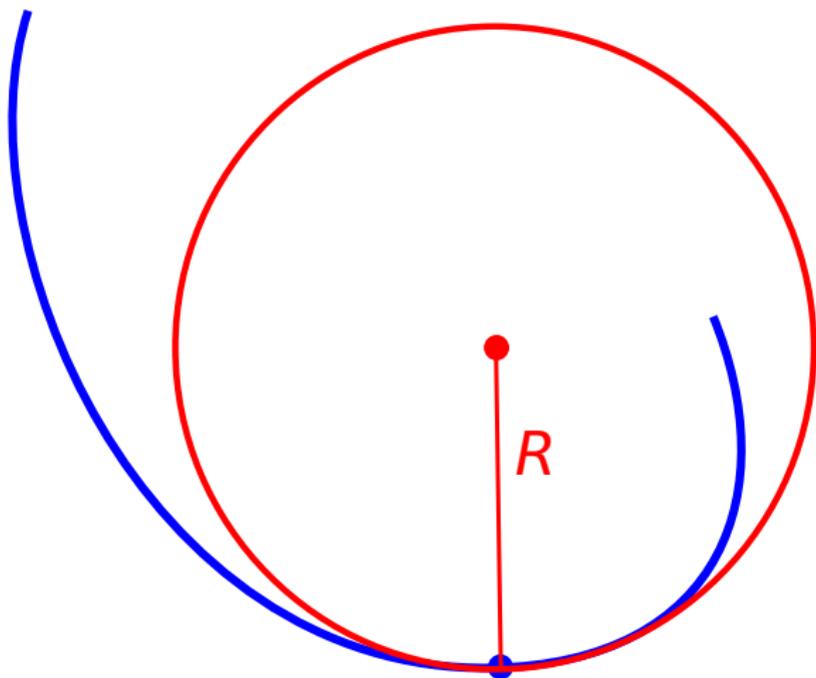


$$k = \frac{1}{R}$$

# Courbure d'une courbe



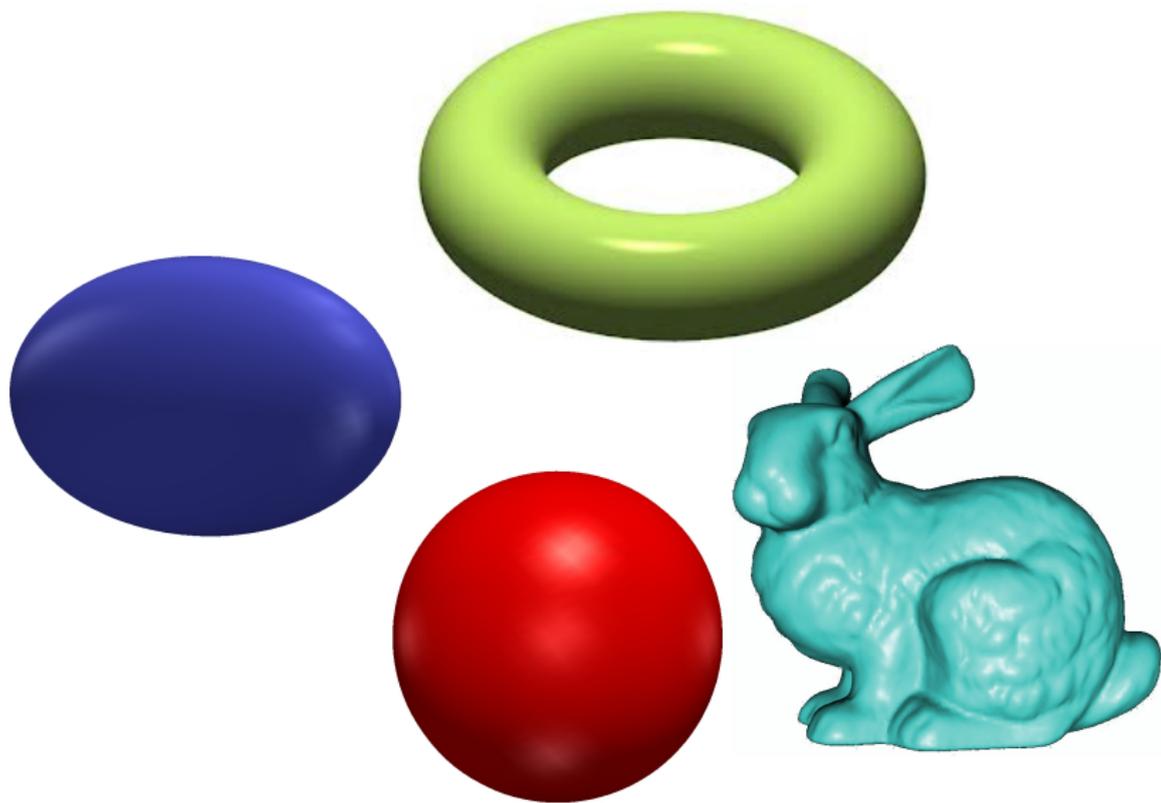
# Courbure d'une courbe



$$k = \frac{1}{R}$$

La courbure est donnée par  $k(s) = \|f''(s)\|$ .  
Elle est définie pour des courbes  $C^2$ .

# Courbure d'une surface





## RECHERCHES

SUR

LA COURBURE DES SURFACES.

PAR M. EULER.

---

**P**our connoître la courbure des lignes courbes, la détermination du rayon osculateur en fournit la plus juste mesure, en nous présentant pour chaque point de la courbe un cercle, dont la courbure est précisément la même. Mais, quand on demande la courbure d'une surface, la question est fort équivoque, & point du tout susceptible d'une réponse absolue, comme dans le cas précédent. Il n'y a que les surfaces sphériques dont on puisse mesurer la courbure, attendu que la courbure d'une sphere est la même que celle de ses grands cercles, & que son rayon en peut être regardé comme la juste mesure. Mais pour les autres surfaces on n'en sauroit même comparer la courbure avec celle d'une sphere, comme on peut toujours comparer la courbure d'une ligne courbe avec celle d'un cercle; la raison en est évidente puisque, dans chaque point d'une surface, il peut y avoir une infinité de courbures différentes. On n'a qu'à considérer la surface d'un cylindre, où selon les directions parallèles à l'axe il n'y a aucune courbure, pendant que dans les sections perpendiculaires à l'axe, qui sont des cercles, la courbure est la même, & que toute autre section faite obliquement à l'axe donne une courbure particulière. Il en est de même de toutes les autres surfaces, où il peut même arriver que dans un sens la courbure soit convexe, & dans un autre concave, comme dans celles qui ressemblent à une selle.



## RECHERCHES

SUR

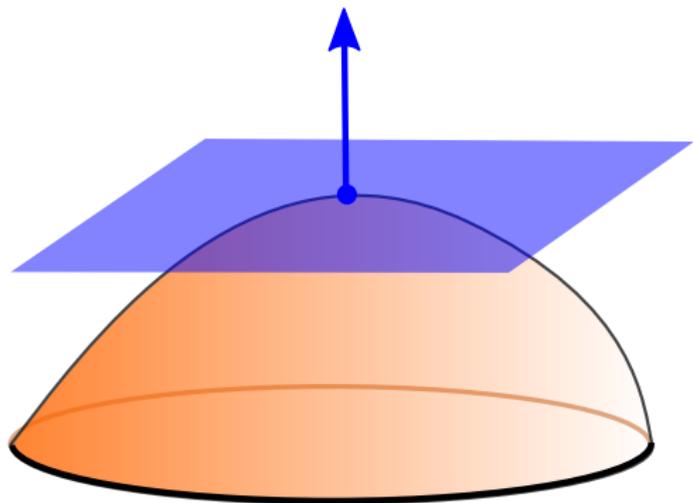
LA COURBURE DES SURFACES.

PAR M. EULER.

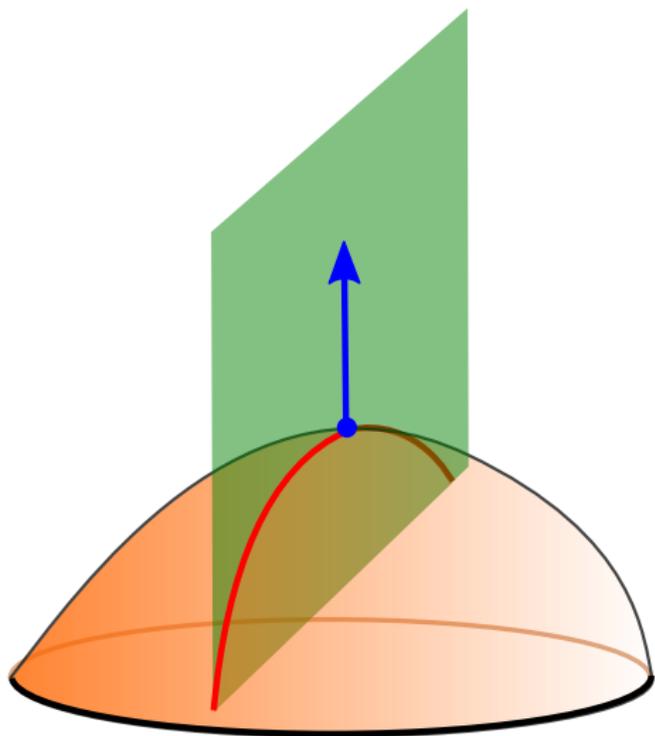
---

**P**our connoître la courbure des lignes courbes, la détermination du rayon osculateur en fournit la plus juste mesure, en nous présentant pour chaque point de la courbe un cercle, dont la courbure est précisément la même. Mais, quand on demande la courbure d'une surface, la question est fort équivoque, & point du tout susceptible d'une réponse absolue, comme dans le cas précédent. Il n'y a que les surfaces sphériques dont on puisse mesurer la courbure, attendu que la courbure d'une sphere est la même que celle de ses grands cercles, & que son rayon en peut être regardé comme la juste mesure. Mais pour les autres surfaces on n'en sauroit même comparer la courbure avec celle d'une sphere, comme on peut toujours comparer la courbure d'une ligne courbe avec celle d'un cercle; la raison en est évidente puisque, dans chaque point d'une surface, il peut y avoir une infinité de courbures différentes. On n'a qu'à considérer la surface d'un cylindre, où selon les directions parallèles à l'axe il n'y a aucune courbure, pendant que dans les sections perpendiculaires à l'axe, qui sont des cercles, la courbure est la même, & que toute autre section faite obliquement à l'axe donne une courbure particulière. Il en est de même de toutes les autres surfaces, où il peut même arriver que dans un sens la courbure soit convexe, & dans un autre concave, comme dans celles qui ressemblent à une selle.

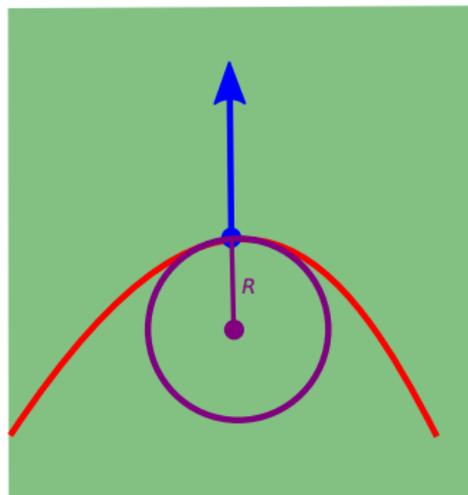
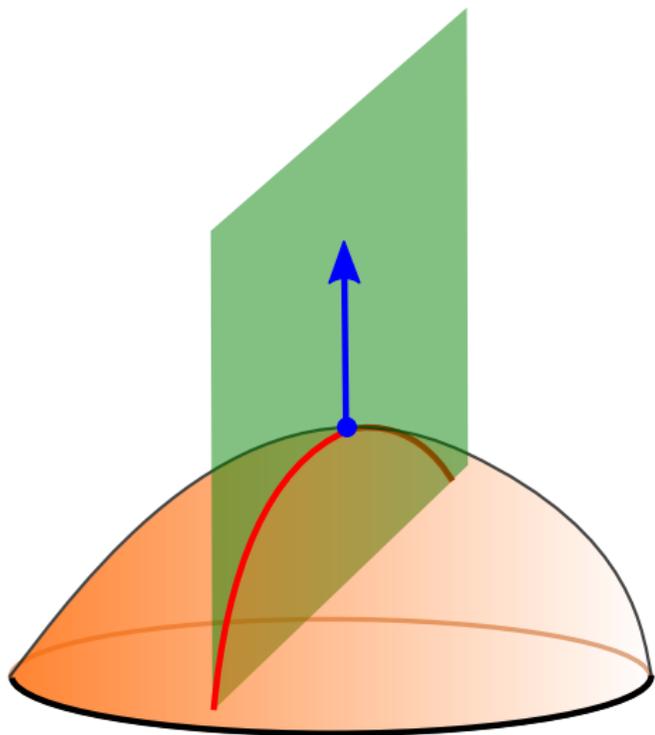
# Courbure d'une surface



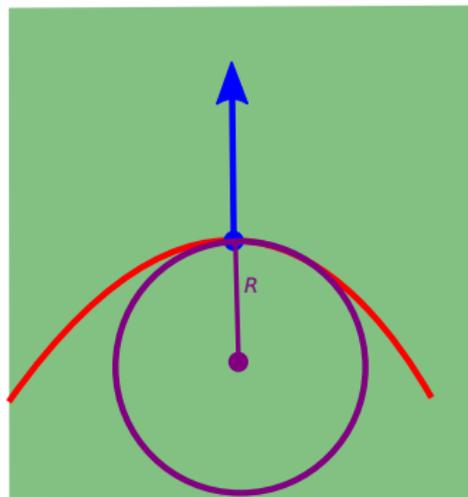
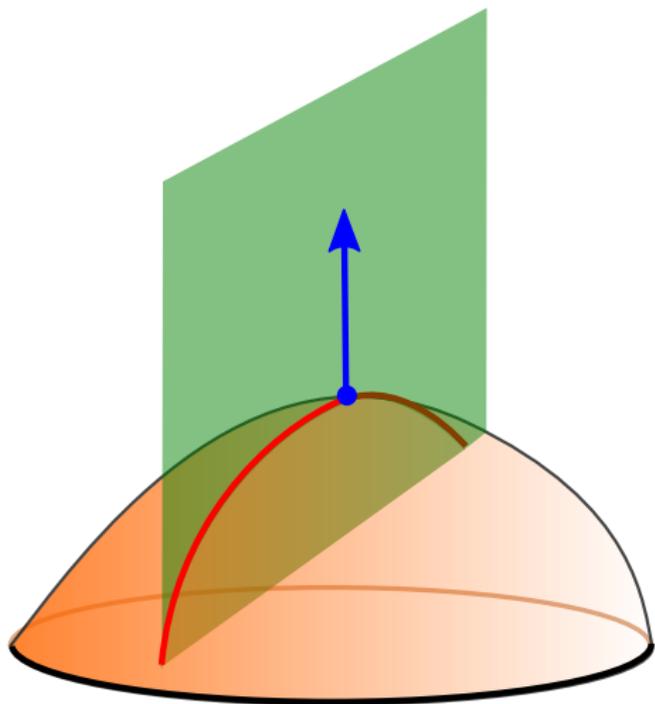
# Courbure d'une surface



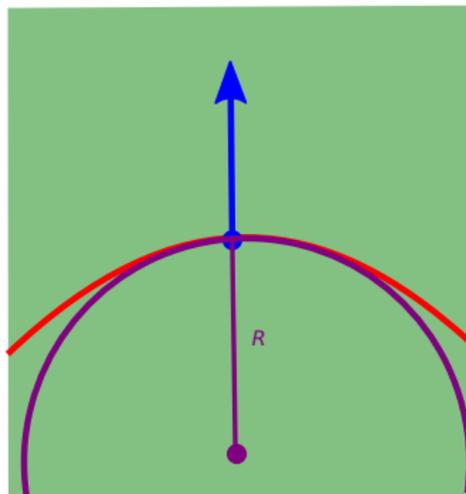
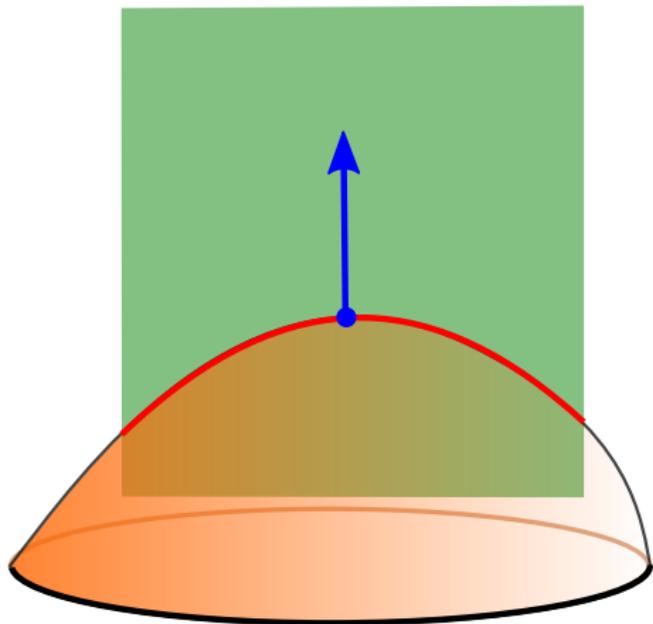
# Courbure d'une surface



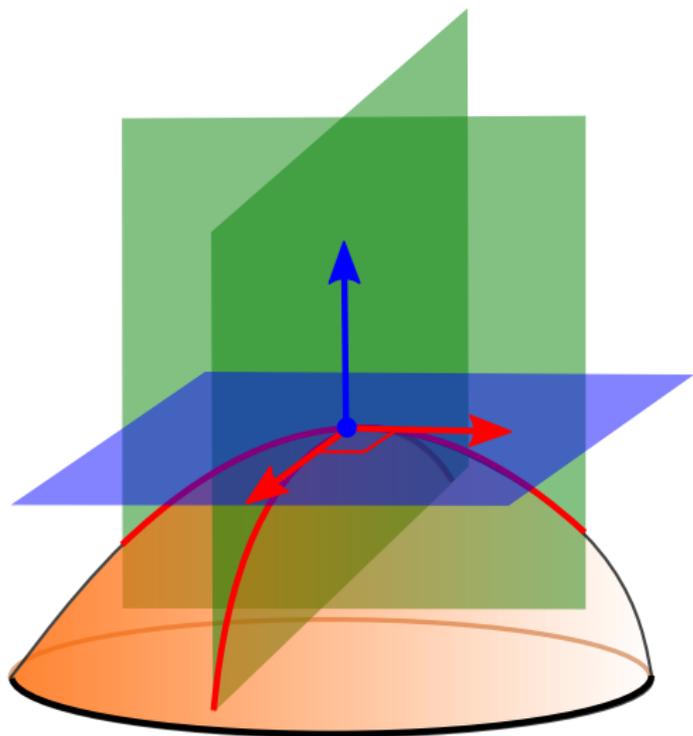
# Courbure d'une surface



# Courbure d'une surface



# Courbure d'une surface





& l'autre facteur :

$$\frac{((1+qq)\cos^2\zeta pq\zeta)^2 \left(\frac{dp}{dx}\right) + ((1+pp)\zeta^2 pq\cos^2\zeta)^2 \left(\frac{dq}{dy}\right) + ((1+qq)\cos^2\zeta pq\zeta)((1+pp)\zeta^2 pq\cos^2\zeta) \left(\frac{dp}{dy}\right)}{(p \sin \zeta - q \cos \zeta)^2}$$

& partant le rayon osculateur au point Z sera

$$\frac{-(1+(p \sin \zeta - q \cos \zeta)^2)(1+pp+qq)^{\frac{1}{2}}}{((1+qq)\cos^2\zeta pq\zeta)^2 \left(\frac{dp}{dx}\right) + ((1+pp)\zeta^2 pq\cos^2\zeta)^2 \left(\frac{dq}{dy}\right) + ((1+qq)\cos^2\zeta pq\zeta)((1+pp)\zeta^2 pq\cos^2\zeta) \left(\frac{dp}{dy}\right)}$$

## COROLLAIRE I.

6. Voilà donc la grandeur du rayon osculateur, tant pour tous les points de la surface que pour toutes les sections faites perpendiculairement à la surface dans chacun de ses points, le point Z de la surface étant déterminé par les quantités  $p$  &  $q$ , & la diversité des sections par l'angle  $\zeta$ .

## COROLLAIRE II.

7. Le point Z de la surface étant donné avec la position de la droite ZP, qui y est perpendiculaire à la surface, chaque ligne droite EF tirée par le point P fournit une telle section faite selon le plan EPZ.

*Remarque.*

# DISQUISITIONES GENERALES

CIRCA

## SUPERFICIES CURVAS

AUCTORE

CAROLO FRIDERICO GAUSS.

SOCIETATI REGIAE OBLATAE D. 8. OCTOB. 1827.

---

1.

**D**isquisitiones, in quibus de directionibus variarum rectarum in spatio agitur, plerumque ad maius perspicuitatis et simplicitatis fastigium euehuntur, in auxilium vocando superficiem sphaericam radio = 1 circa centrum arbitrarium descriptam, cuius singula puncta repraesentare censebuntur directiones rectarum radiis ad illa terminatis parallelarum. Dum situs omnium punctorum in spatio per tres coordinatas determinatur, puta per distantias a tribus planis fixis inter se normalibus, ante omnia considerandae veniunt directiones axium his planis normalium: puncta superficiei sphaericae, quae has directiones repraesentant, per (1), (2), (3) denotabimus; mutua igitur horum distantia erit quadrans. Ceterum axium directiones versus eas partes acceptas supponemus, versus quas coordinatae respondententes crescunt.

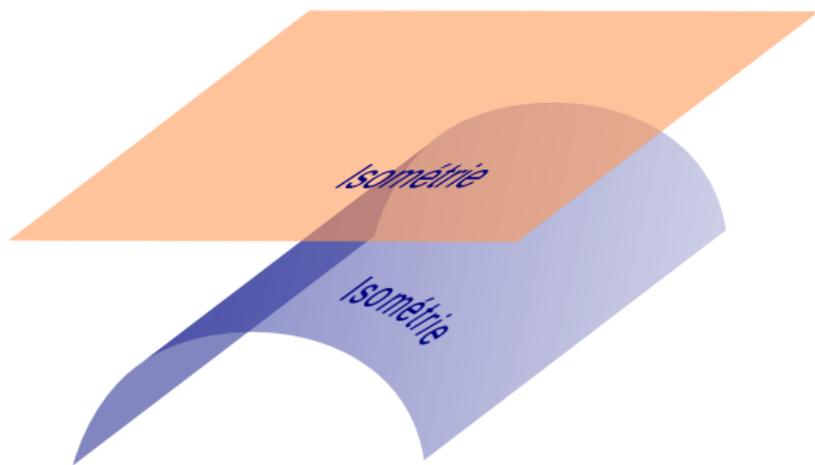
## La courbure de Gauss

*La mesure de la courbure en un point quelconque d'une surface est égale à une fraction, dont le numérateur est l'unité, et dont le dénominateur est le produit des deux rayons de courbures extrêmes dans les sections faites par les plans normaux.*

En d'autres termes :

$$K = \frac{1}{R_1 R_2}$$

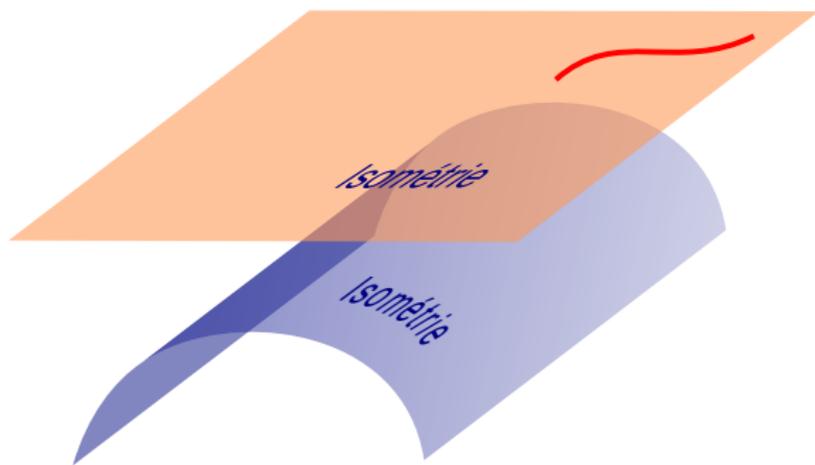
# Le THEOREMA EGREGIUM



## THEOREMA EGREGIUM

*Si une surface courbe est développée sur une autre surface quelconque, la mesure de la courbure en chaque point reste invariable.*

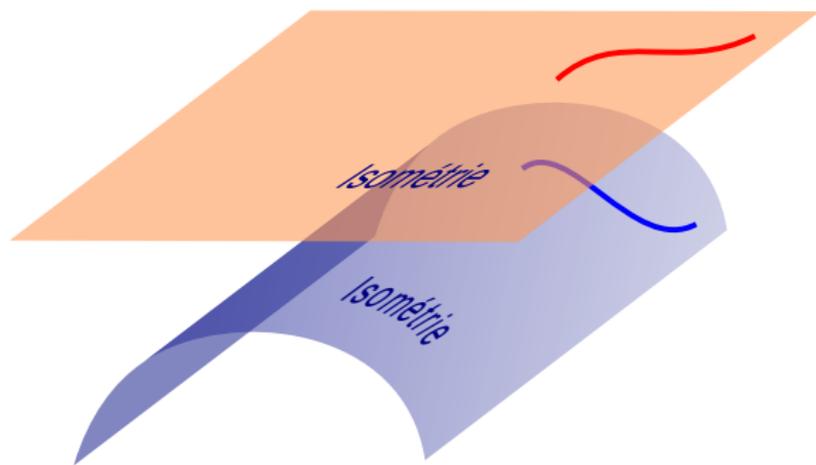
# Le THEOREMA EGREGIUM



## THEOREMA EGREGIUM

*Si une surface courbe est développée sur une autre surface quelconque, la mesure de la courbure en chaque point reste invariable.*

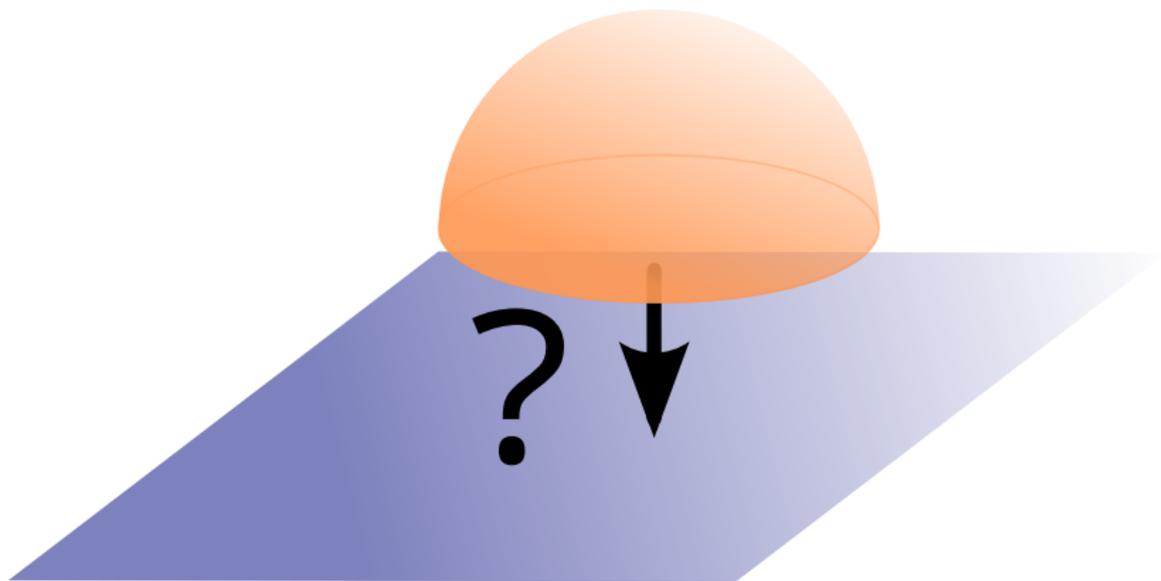
# Le THEOREMA EGREGIUM



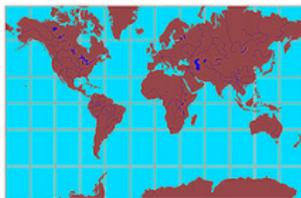
## THEOREMA EGREGIUM

*Si une surface courbe est développée sur une autre surface quelconque, la mesure de la courbure en chaque point reste invariable.*

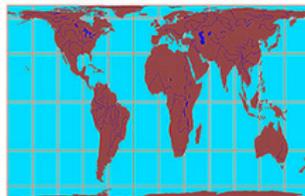
# La courbure rigidifie la géométrie



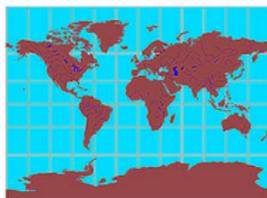
# La courbure rigidifie la géométrie



*Mercator Projection*



*Gall-Peters Projection*



*Miller Cylindrical Projection*



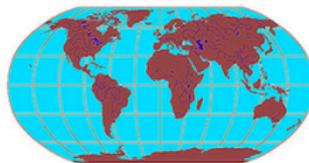
*Mollweide Projection*



*Goode's Homolosine Equal-area Projection*

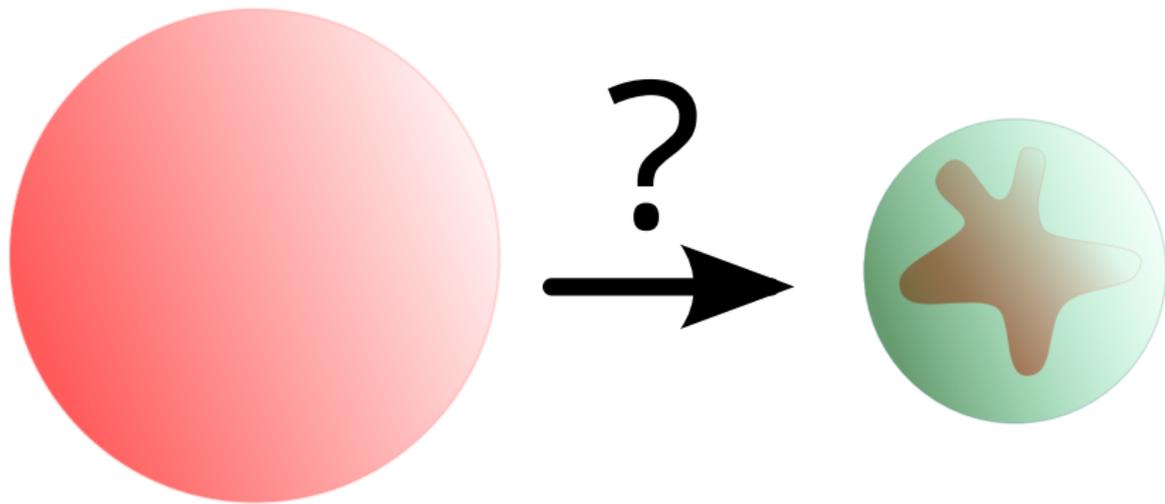


*Sinusoidal Equal-Area Projection*

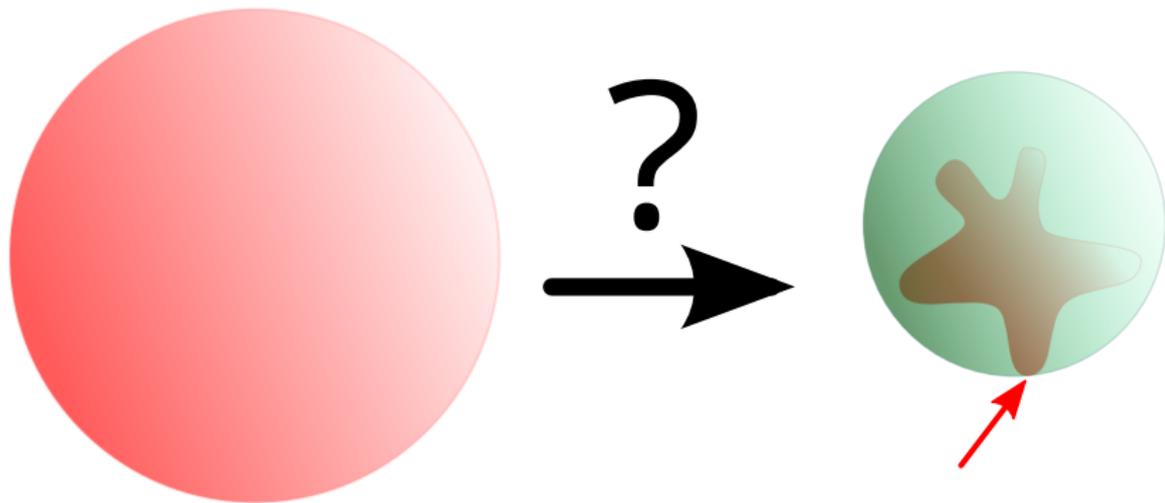


*Robinson Projection*

# La courbure rigidifie la géométrie



# La courbure rigidifie la géométrie



# Le monde s'effondre



Carl F. Gauss

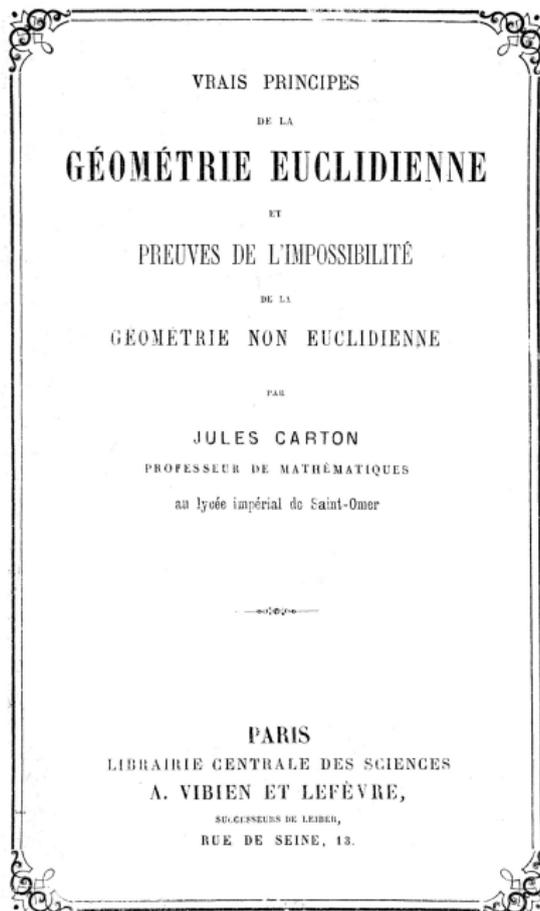


Nikolai Lobachevsky



János Bolyai

« *J'appréhende la clameur des Béotiens, si je voulais exprimer complètement mes vues.* » – Lettre de Gauss à Bessel, 1829.

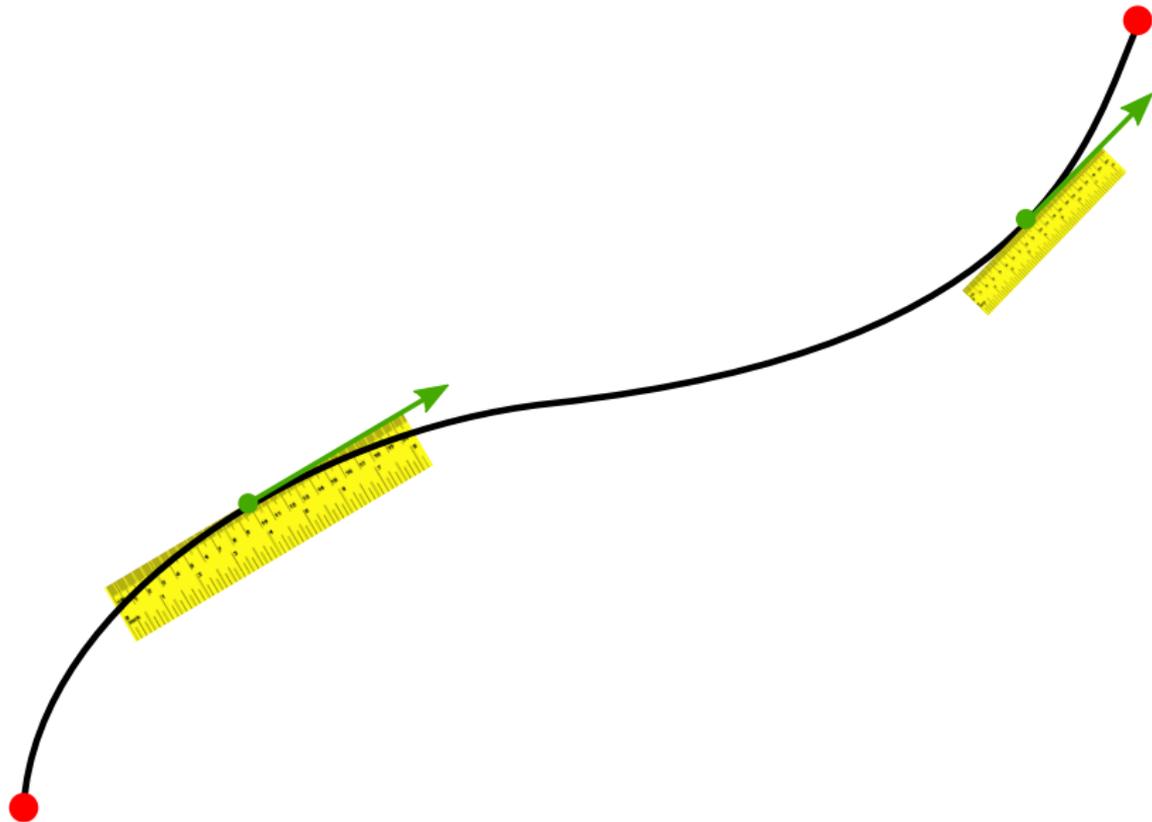


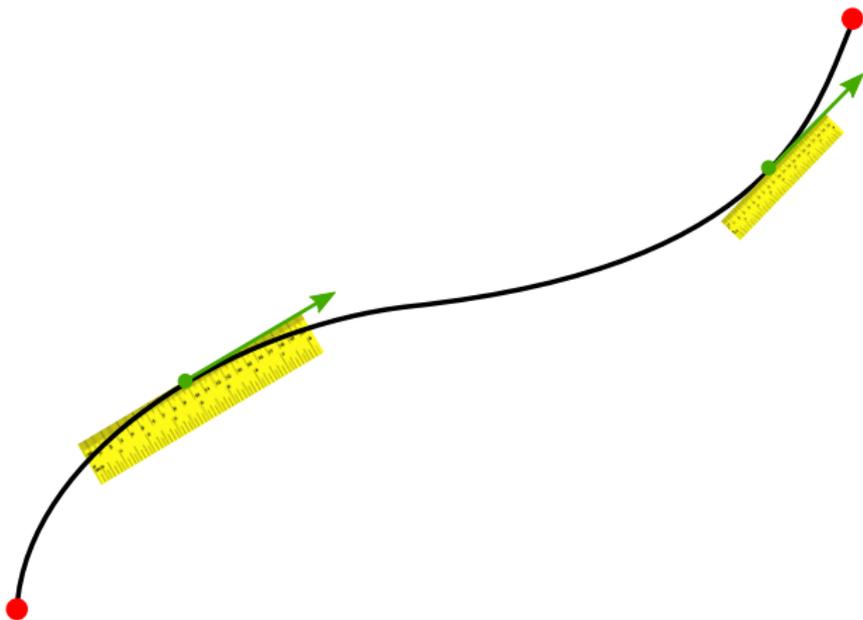


*« . . .La mesure consiste dans une superposition de grandeurs à comparer ; il faut donc, pour mesurer, avoir un moyen de transporter la grandeur qui sert d'étalon de mesure pour les autres. »*

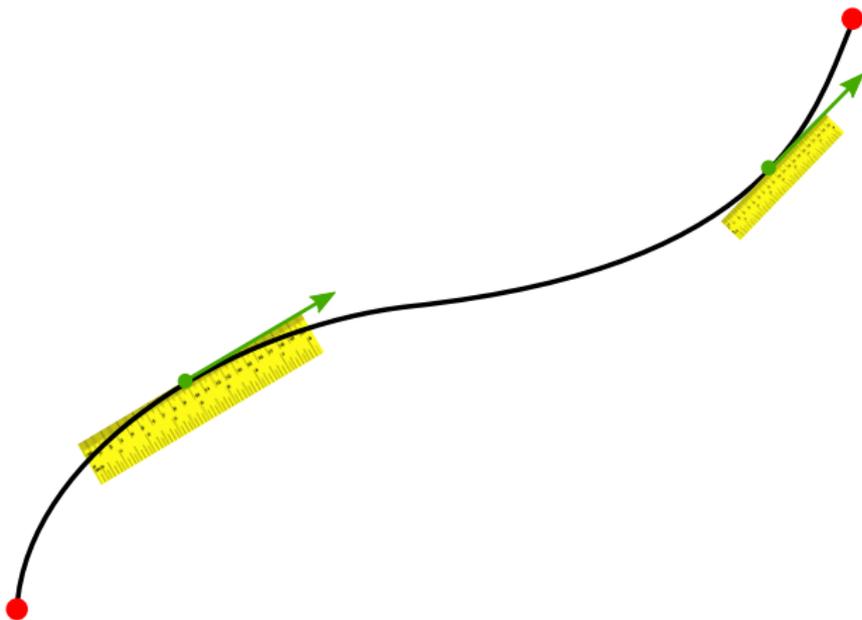
**B. Riemann, *Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie*, 1854.**

# Géométries riemanniennes

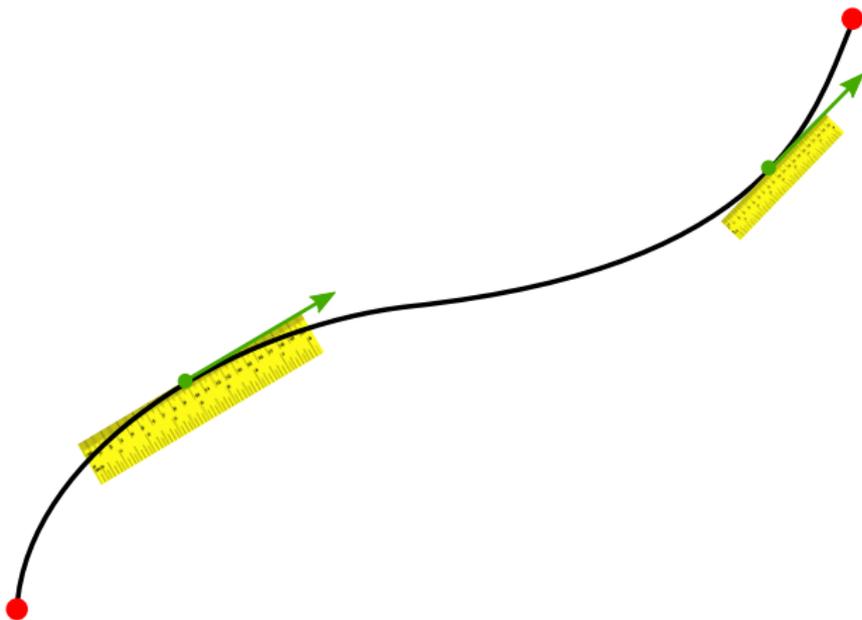




Une **métrique riemannienne** est la donnée en chaque point  $p$  de l'espace d'un produit scalaire sur les vecteurs vitesses en  $p$ .



Une **métrique riemannienne** est la donnée en chaque point  $p$  de l'espace d'un produit scalaire sur les vecteurs vitesses en  $p$ .

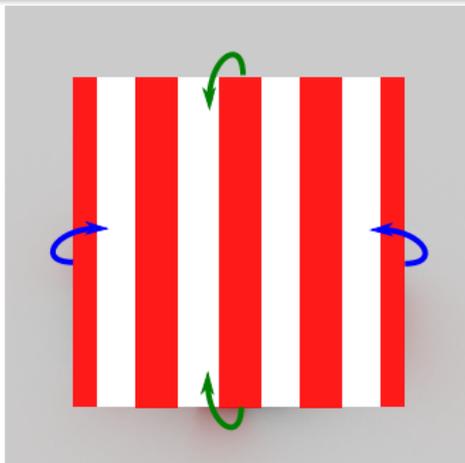


Une **métrique riemannienne** est la donnée en chaque point  $p$  de l'espace d'un produit scalaire sur les vecteurs vitesses en  $p$ .

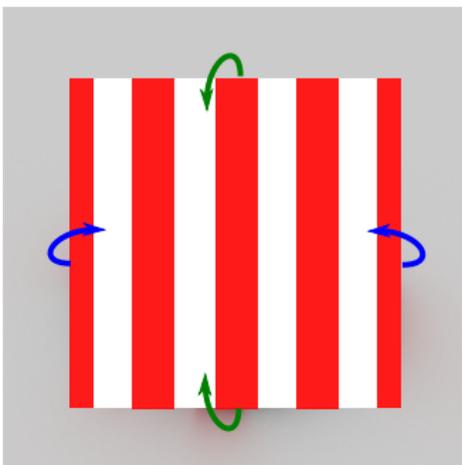
# Exemple : le tore carré plat



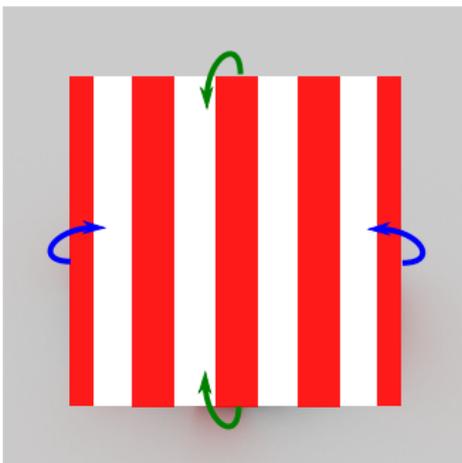
# Exemple : le tore carré plat



# Exemple : le tore carré plat

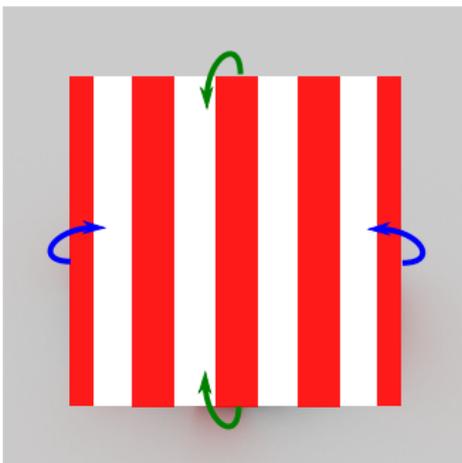


# Exemple : le tore carré plat

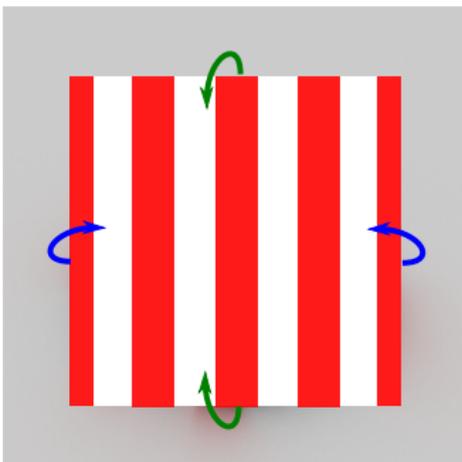




# Exemple : le tore carré plat



# Exemple : le tore carré plat



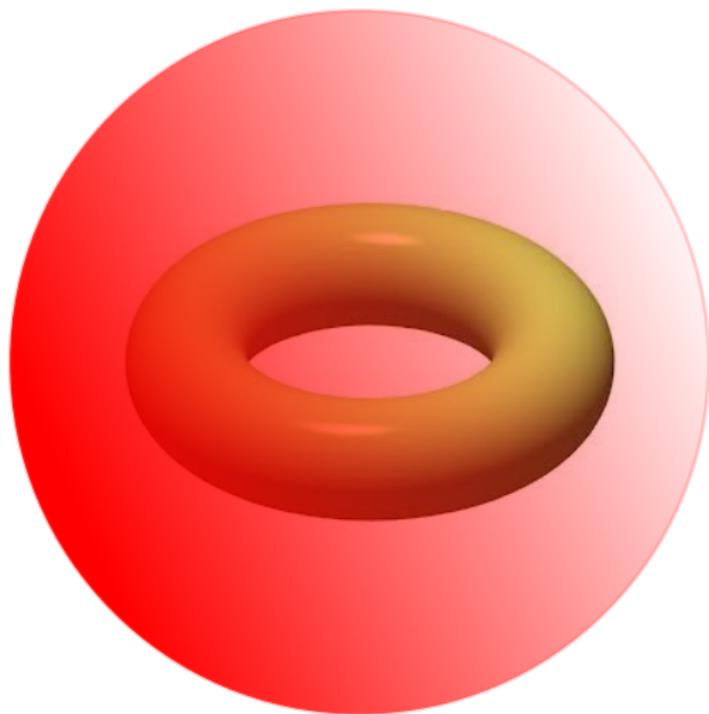
# Plongement isométrique du tore carré plat

Peut-on représenter *isométriquement* un tore plat dans  $\mathbb{E}^3$  ?



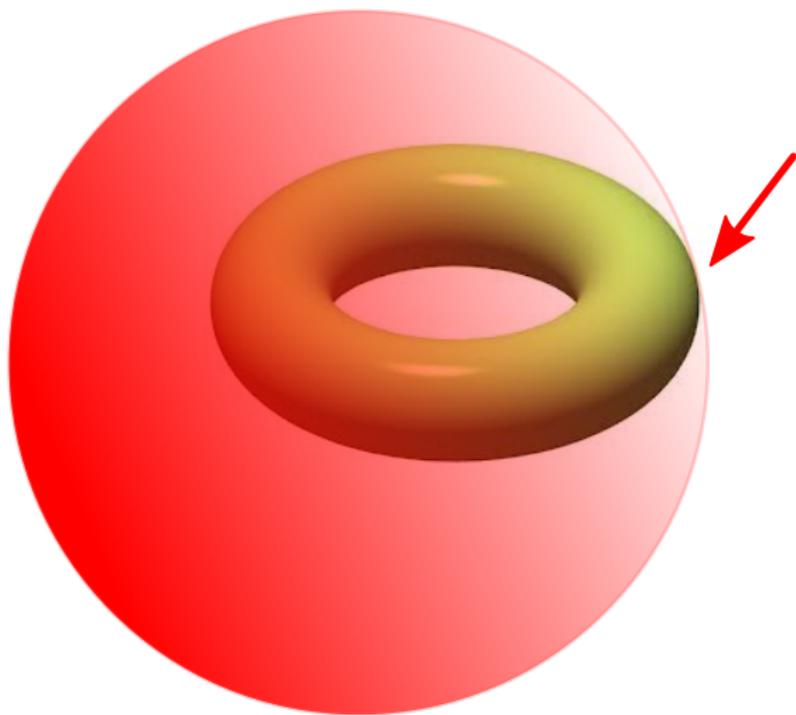
# Plongement isométrique du tore carré plat

Peut-on représenter *isométriquement* un tore plat dans  $\mathbb{E}^3$  ?



# Plongement isométrique du tore carré plat

Un plongement isométrique  $C^2$  est impossible !



ANNALS OF MATHEMATICS  
Vol. 60, No. 3, November, 1954  
*Printed in U.S.A.*

## $C^1$ ISOMETRIC IMBEDDINGS

BY JOHN NASH

(Received February 26, 1954)

(Revised June 21, 1954)

### Introduction

The question of whether or not in general a Riemannian manifold can be isometrically imbedded in Euclidean space has been open for some time. The local problem was discussed by Schläefli [1] in 1873 and treated by Janet [2] and Cartan [3] in 1926 and 1927.

This question comes up in connection with the alternative extrinsic and intrinsic approaches to differential geometry. The historically older extrinsic attitude sees a manifold as imbedded in Euclidean space and its metric as derived from the metric of the surrounding space. The metric is considered to be given abstractly from the intrinsic viewpoint.

This intrinsic approach has seemed the more general, so long as there was no contravening evidence. Now it develops that the two attitudes are equally general, and any (positive) metric on a manifold can be realized by an appropriate imbedding in Euclidean space.

# Plongements isométriques

ANNALS OF MATHEMATICS  
Vol. 60, No. 3, November, 1954  
*Printed in U.S.A.*

## $C^1$ ISOMETRIC IMBEDDINGS

BY JOHN NASH

(Received February 26, 1954)

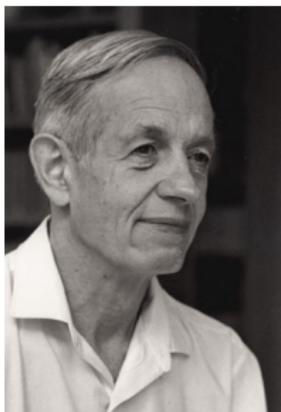
(Revised June 21, 1954)

### Introduction

The question of whether or not in general a Riemannian manifold can be isometrically imbedded in Euclidean space has been open for some time. The local problem was discussed by Schläefli [1] in 1873 and treated by Janet [2] and Cartan [3] in 1926 and 1927.

This question comes up in connection with the alternative extrinsic and intrinsic approaches to differential geometry. The historically older extrinsic attitude sees a manifold as imbedded in Euclidean space and its metric as derived from the metric of the surrounding space. The metric is considered to be given abstractly from the intrinsic viewpoint.

This intrinsic approach has seemed the more general, so long as there was no contravening evidence. Now it develops that the two attitudes are equally general, and any (positive) metric on a manifold can be realized by an appropriate imbedding in Euclidean space.



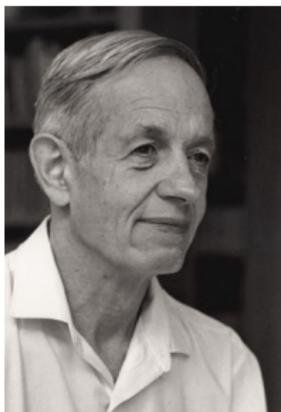
John F. Nash



Nicolaas Kuiper

## Théorème de Nash-Kuiper

Si  $f_0 : (S, g) \rightarrow \mathbb{E}^3$  est un plongement **strictement court** alors il existe un plongement  $C^1$  et **isométrique** de  $(S, g)$  qui peut être choisi aussi proche que désiré de  $f_0$ .



John F. Nash



Nicolaas Kuiper

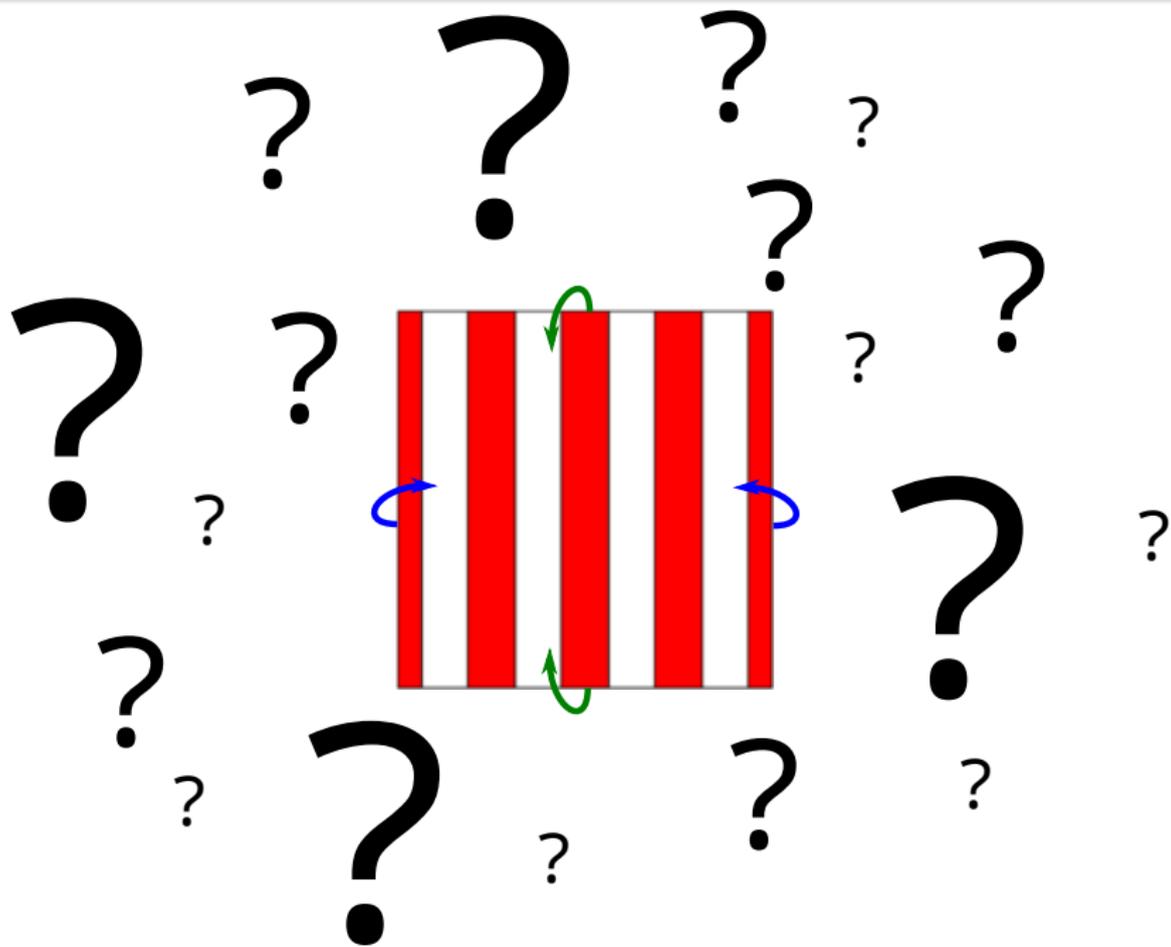
## Théorème de Nash-Kuiper

Si  $f_0 : (\mathbb{T}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{E}^2}) \rightarrow \mathbb{E}^3$  est un plongement **strictement court** alors il existe un plongement  **$C^1$**  et **isométrique** de  $(\mathbb{T}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{E}^2})$  qui peut être choisi aussi proche que désiré de  $f_0$ .

# Plongement isométrique du tore carré plat



# Plongement isométrique du tore carré plat



# Le Projet HEVEA



Vincent Borrelli



Boris Thibert



Saïd Jabrane

Le projet de visualisation est lancé en 2007

# Le Projet HEVEA



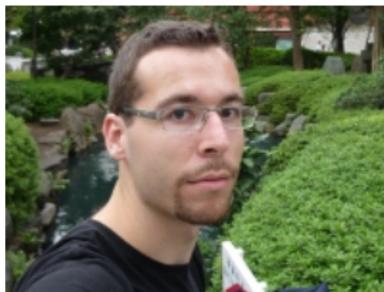
Vincent Borrelli



Boris Thibert



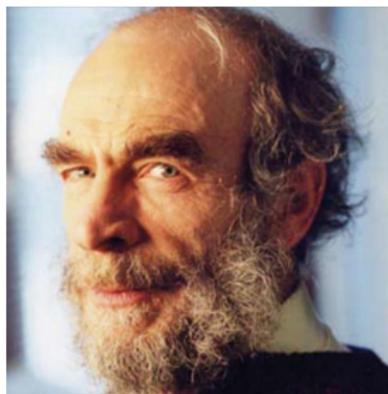
Saïd Jabrane



Damien Rohmer

Damien Rohmer rejoint le projet en 2012

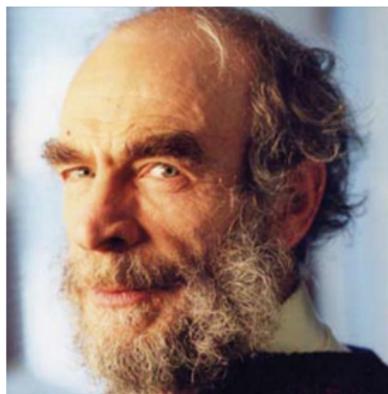
# Le point de vue des relations différentielles



Misha Gromov

La condition d'isométrie sur  $f : (\mathbb{T}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{E}^2}) \rightarrow \mathbb{E}^3$  s'écrit

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial u} \right\rangle_{\mathbb{E}^3} = 1, \quad \left\langle \frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v} \right\rangle_{\mathbb{E}^3} = 0, \quad \left\langle \frac{\partial f}{\partial v}, \frac{\partial f}{\partial v} \right\rangle_{\mathbb{E}^3} = 1$$



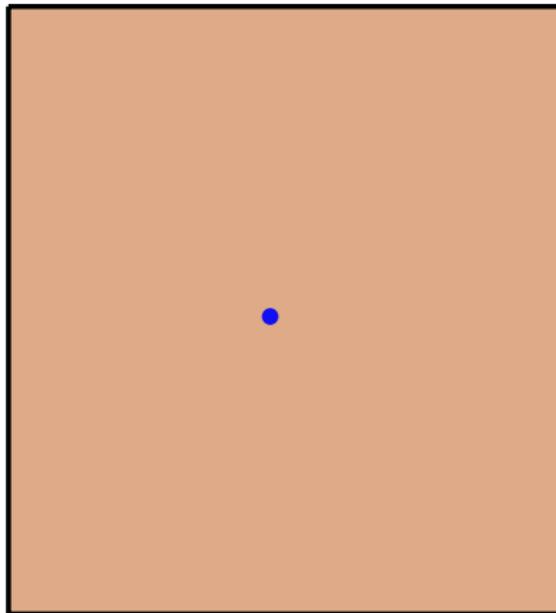
Misha Gromov

La condition d'isométrie sur  $f : (\mathbb{T}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathbb{E}^2}) \rightarrow \mathbb{E}^3$  s'écrit

$$G(u, v, f, \frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}) = 0$$

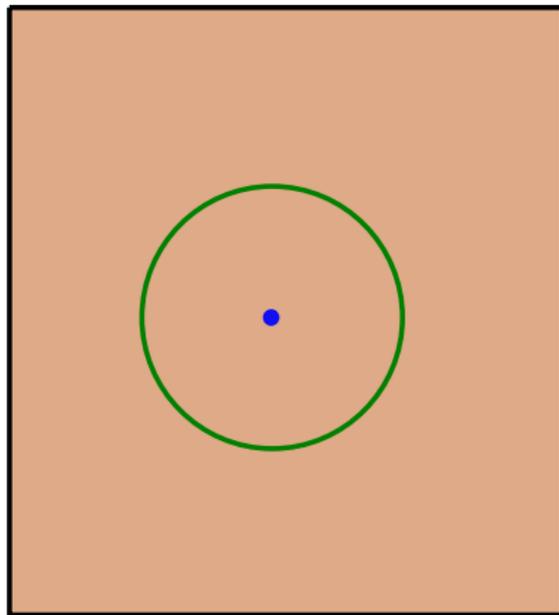
# Le point de vue des relations différentielles

Une **relation différentielle** est une condition sur les dérivées d'une fonction dépendant des paramètres et du point image.



# Le point de vue des relations différentielles

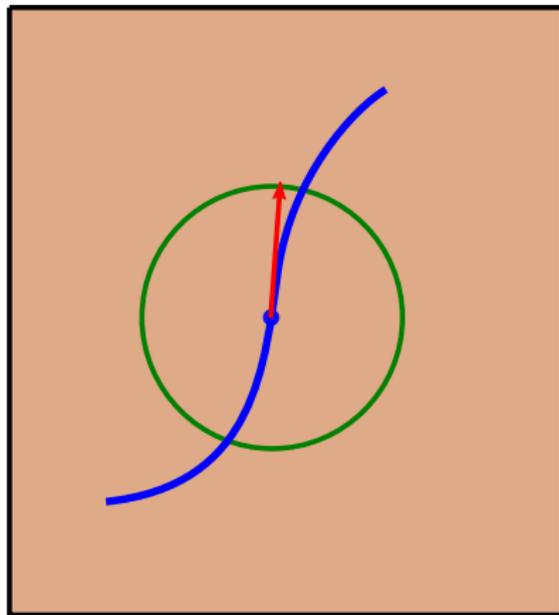
Une **relation différentielle** est une condition sur les dérivées d'une fonction dépendant des paramètres et du point image.



Une relation fermée

# Le point de vue des relations différentielles

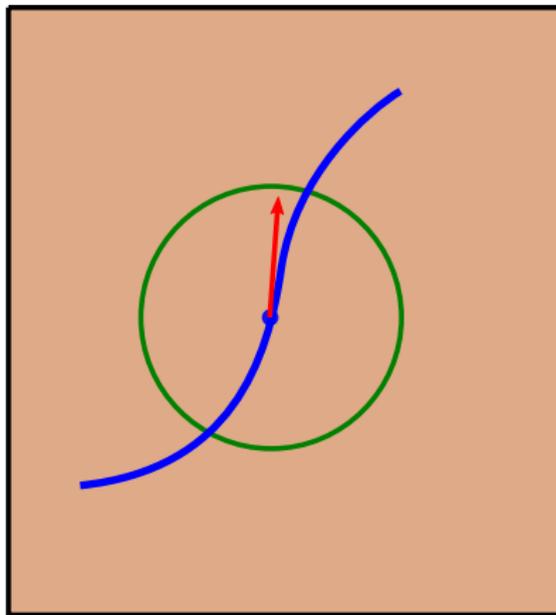
Une **relation différentielle** est une condition sur les dérivées d'une fonction dépendant des paramètres et du point image.



Une relation fermée

# Le point de vue des relations différentielles

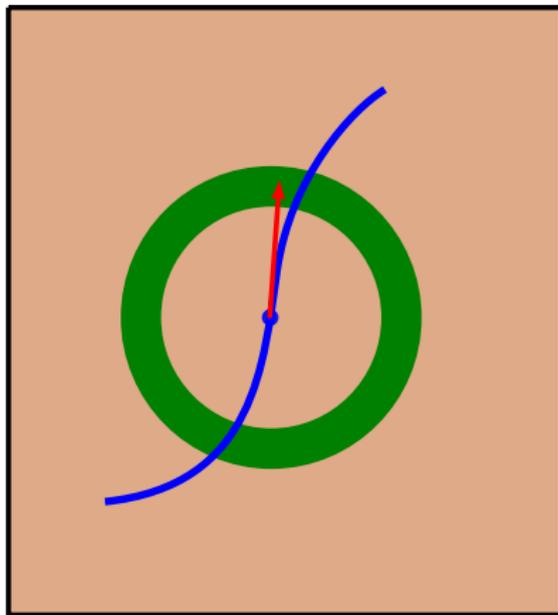
Une **relation différentielle** est une condition sur les dérivées d'une fonction dépendant des paramètres et du point image.



Une relation fermée

# Le point de vue des relations différentielles

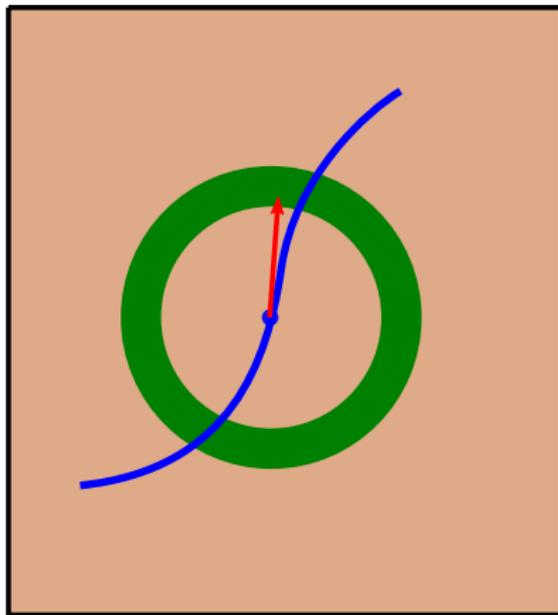
Une **relation différentielle** est une condition sur les dérivées d'une fonction dépendant des paramètres et du point image.



Une relation ouverte

# Le point de vue des relations différentielles

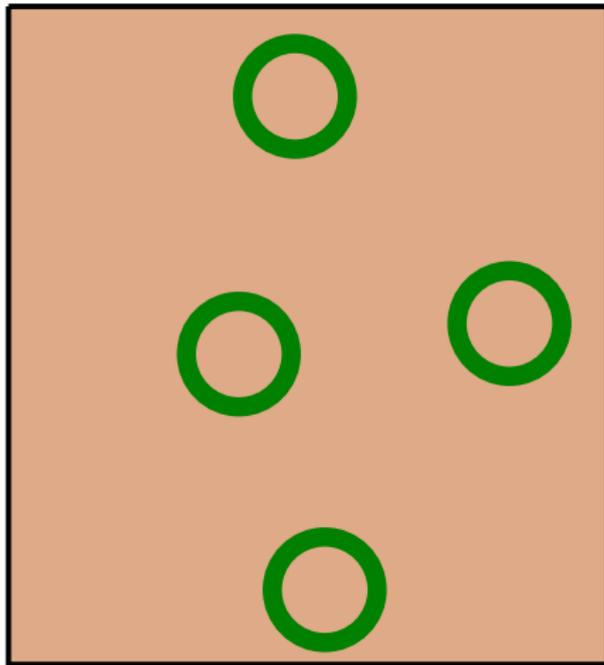
Une **relation différentielle** est une condition sur les dérivées d'une fonction dépendant des paramètres et du point image.



Une relation ouverte

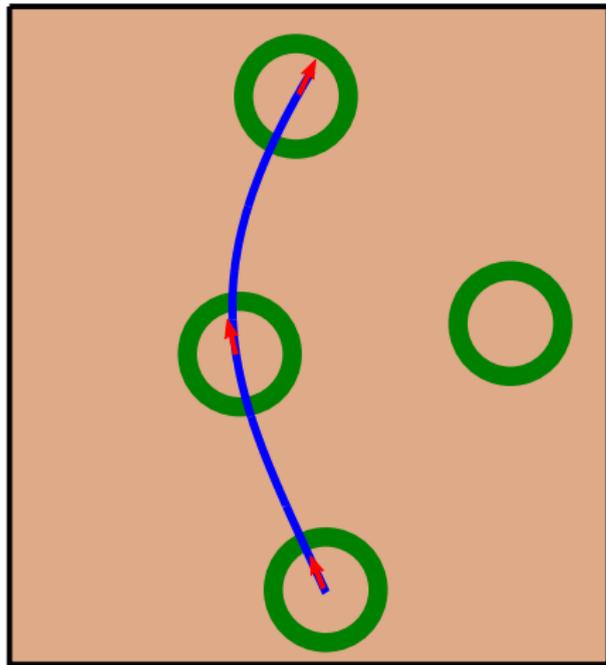
# Le point de vue des relations différentielles

Une **solution** d'une relation différentielle est une fonction dont les dérivées satisfont en tout point la relation différentielle.



# Le point de vue des relations différentielles

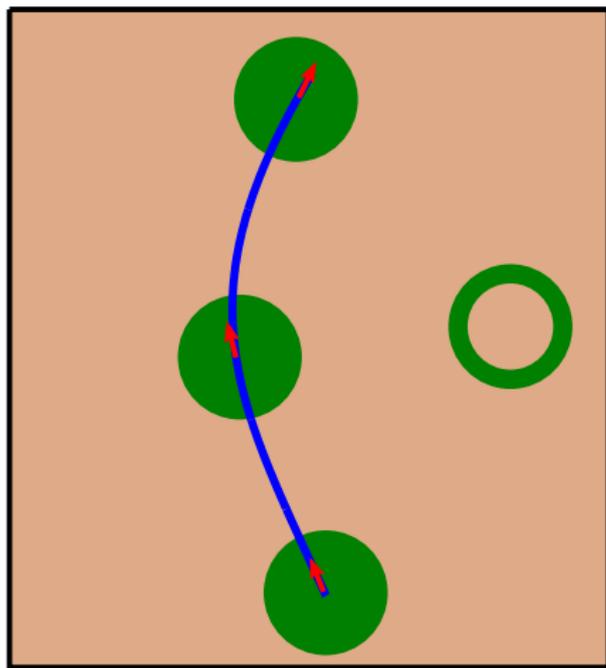
Une **solution** d'une relation différentielle est une fonction dont les dérivées satisfont en tout point la relation différentielle.



Ceci n'est pas une solution

# Le point de vue des relations différentielles

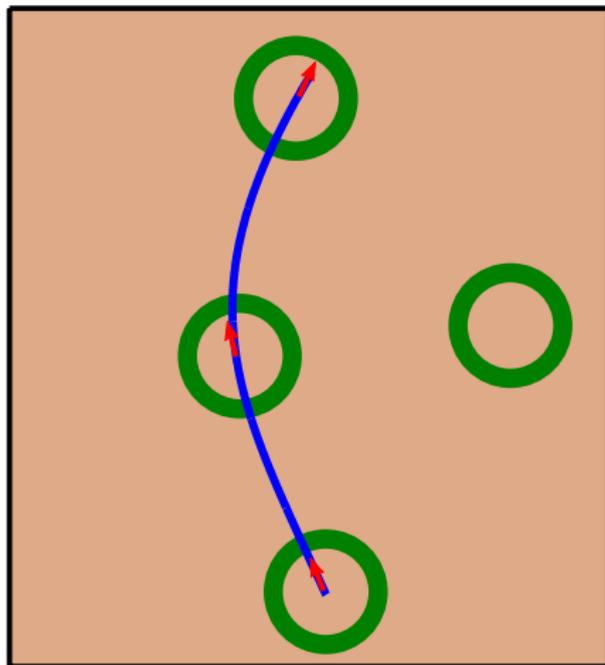
Une **solution** d'une relation différentielle est une fonction dont les dérivées satisfont en tout point la relation différentielle.



Ceci n'est pas une solution

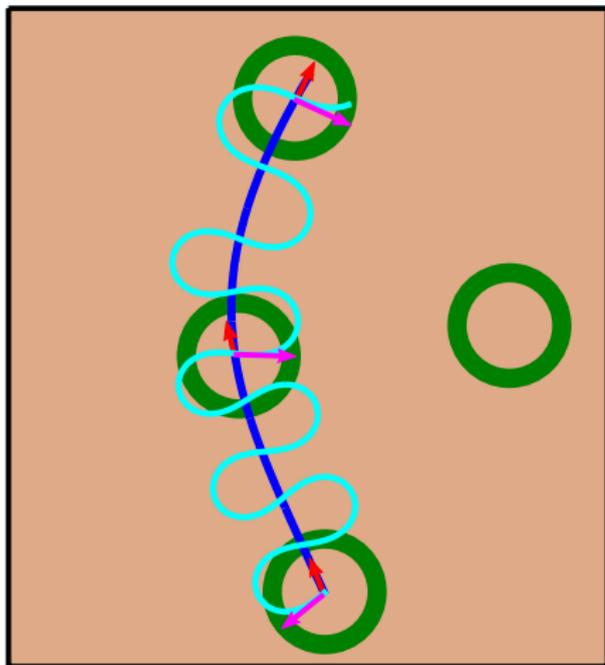
## Gromov 73-86

Si une trajectoire possède une dérivée dans l'enveloppe convexe d'une relation différentielle **ouverte** alors il existe une solution de la relation aussi proche que désirée de la trajectoire.



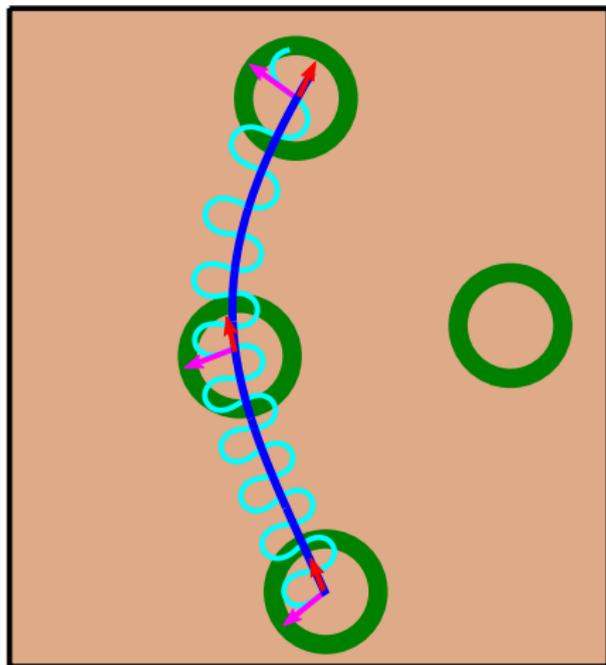
## Gromov 73-86

Si une trajectoire possède une dérivée dans l'enveloppe convexe d'une relation différentielle **ouverte** alors il existe une solution de la relation aussi proche que désirée de la trajectoire.



## Gromov 73-86

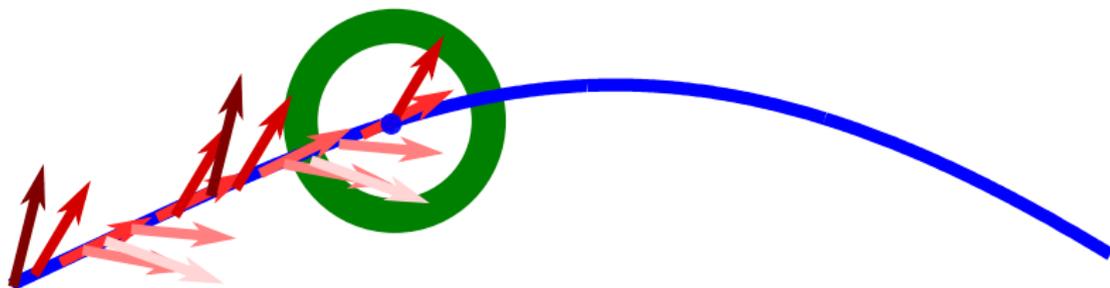
Si une trajectoire possède une dérivée dans l'enveloppe convexe d'une relation différentielle **ouverte** alors il existe une solution de la relation aussi proche que désirée de la trajectoire.



# L'Intégration Convexe de Gromov

$$h_t(Nt) = v(t) \left( \cos(\alpha_t \cos(2\pi Nt)) \vec{r} + \sin(\alpha_t \cos(2\pi Nt)) \vec{v} \right)$$

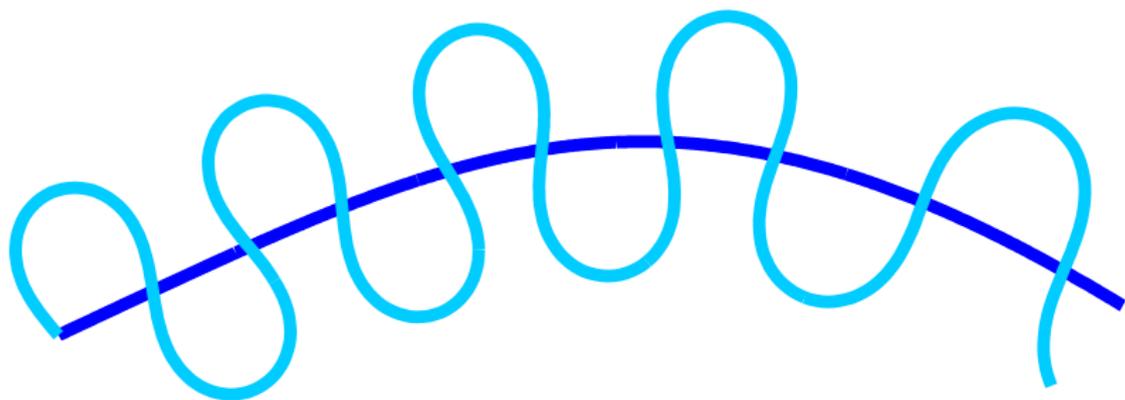
$$f(x) := f_0(0) + \int_0^x h_t(\{Nt\}) dt$$



L'intégration convexe crée des **corrugations** de fréquence  $N$ .

$$h_t(Nt) = v(t) \left( \cos(\alpha_t \cos(2\pi Nt)) \vec{r} + \sin(\alpha_t \cos(2\pi Nt)) \vec{v} \right)$$

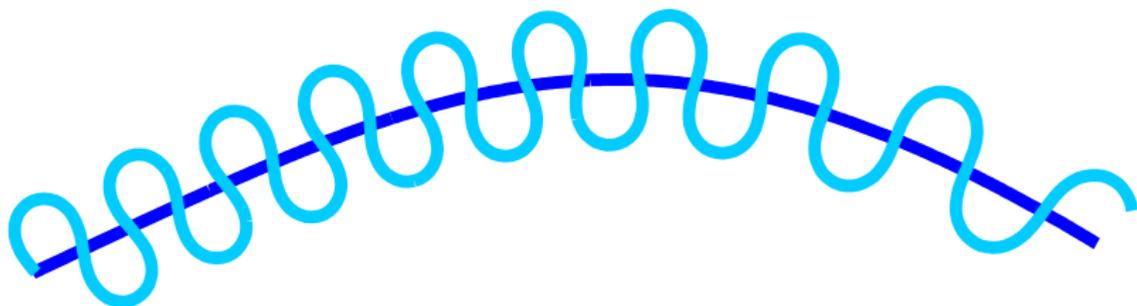
$$f(x) := f_0(0) + \int_0^x h_t(\{Nt\}) dt$$



L'intégration convexe crée des **corrugations** de fréquence  $N$ .

$$h_t(Nt) = v(t) \left( \cos(\alpha_t \cos(2\pi Nt)) \vec{r} + \sin(\alpha_t \cos(2\pi Nt)) \vec{v} \right)$$

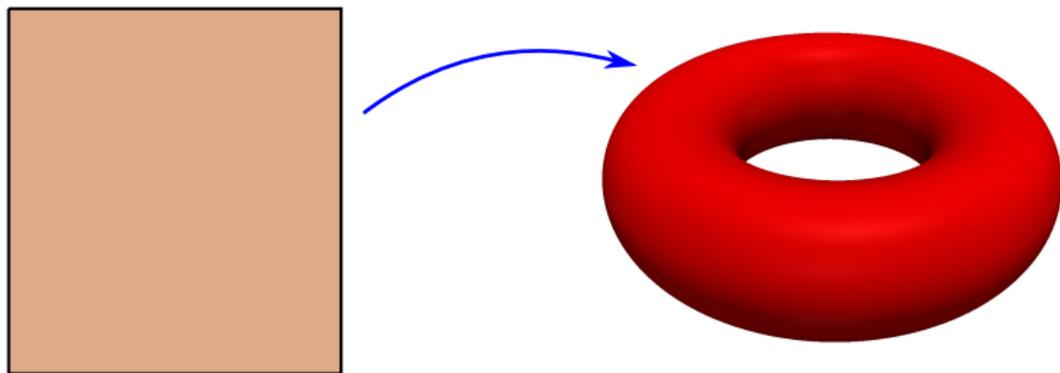
$$f(x) := f_0(0) + \int_0^x h_t(\{Nt\}) dt$$



L'intégration convexe crée des **corrugations** de fréquence  $N$ .

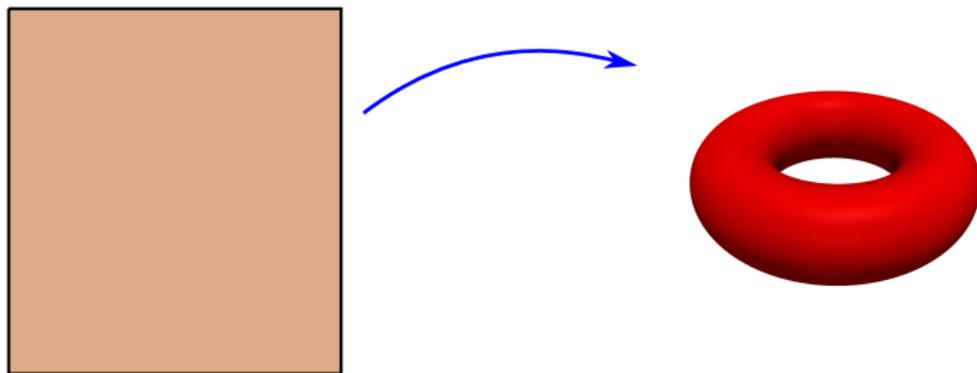
# Intégration Convexe bidimensionnelle

On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.



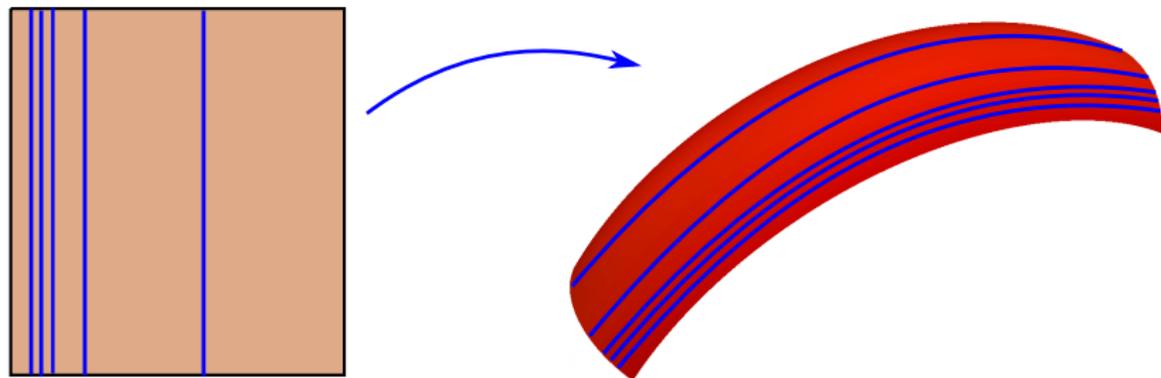
# Intégration Convexe bidimensionnelle

On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.



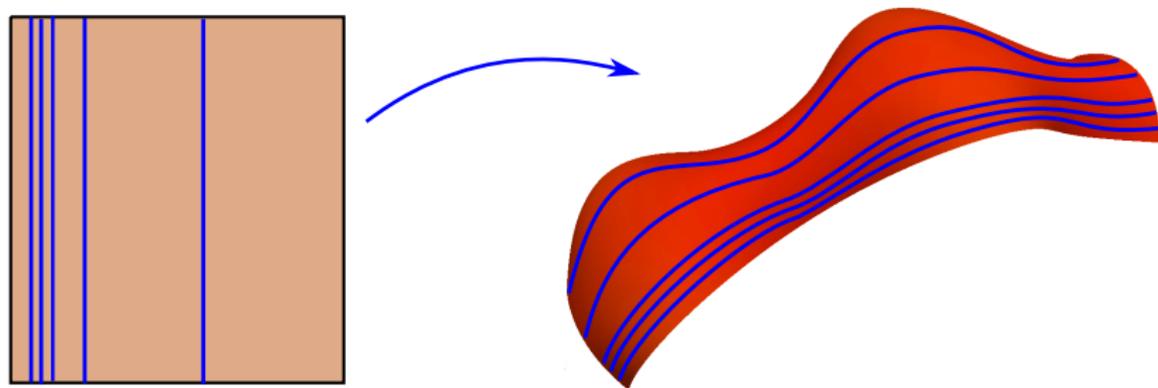
# Intégration Convexe bidimensionnelle

On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.



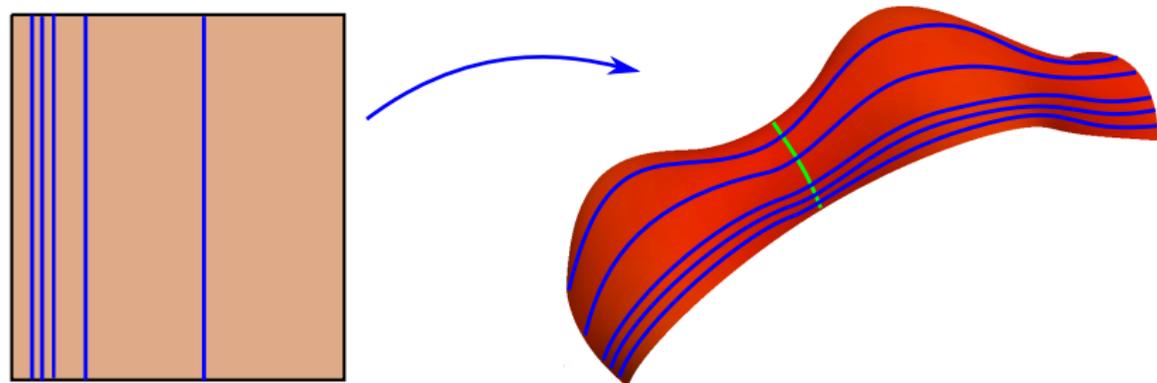
# Intégration Convexe bidimensionnelle

On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.



# Intégration Convexe bidimensionnelle

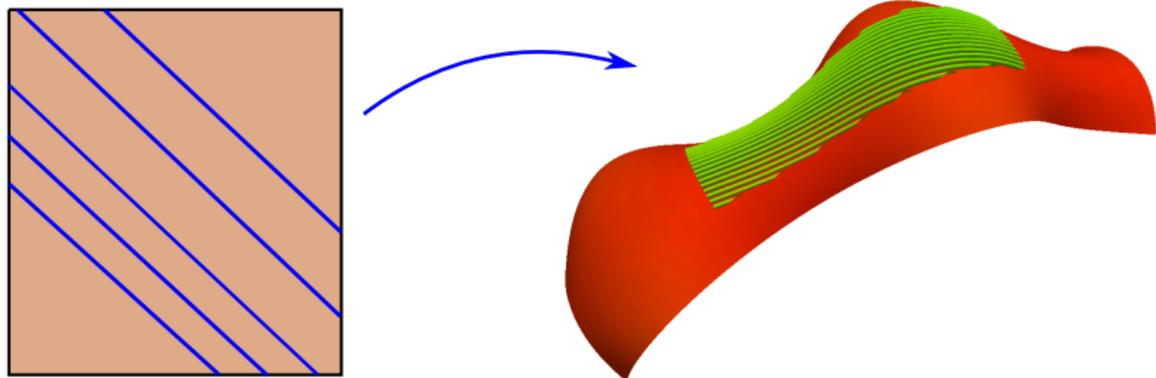
On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.



Les longueurs ne sont allongées que dans une seule direction.

# Intégration Convexe bidimensionnelle

On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.



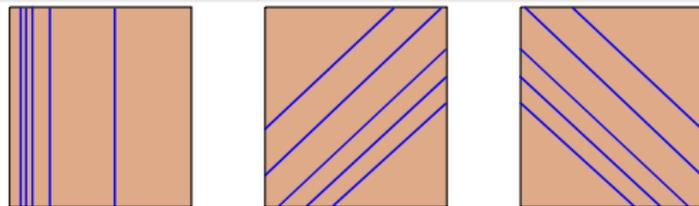
On applique l'intégration convexe dans une autre direction.

# Intégration Convexe bidimensionnelle

On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.

Un produit scalaire en dimension 2 est déterminé par 3 nombres  $\langle e_1, e_1 \rangle$ ,  $\langle e_1, e_2 \rangle$ ,  $\langle e_2, e_2 \rangle$ .

Sa matrice  $\begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}$  dépend de 3 coefficients.



On applique l'intégration convexe dans 3 directions distinctes.

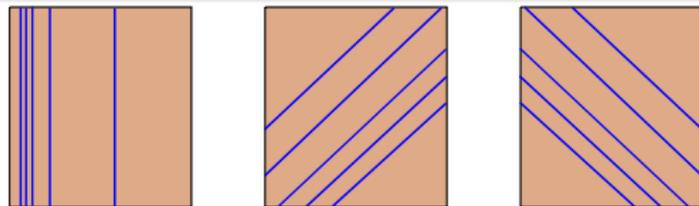
Pour assurer un plongement court, le nombre de corrugations  $N$  doit augmenter à chaque itération.

# Intégration Convexe bidimensionnelle

On utilise une version à 1 paramètre du cas unidimensionnel.

Un produit scalaire en dimension 2 est déterminé par 3 nombres  $\langle e_1, e_1 \rangle$ ,  $\langle e_1, e_2 \rangle$ ,  $\langle e_2, e_2 \rangle$ .

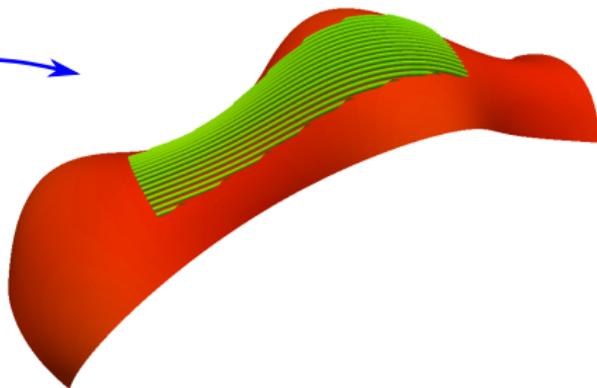
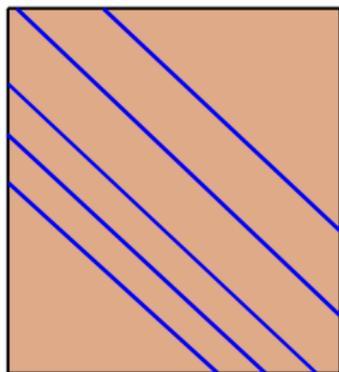
Sa matrice  $\begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}$  dépend de 3 coefficients.



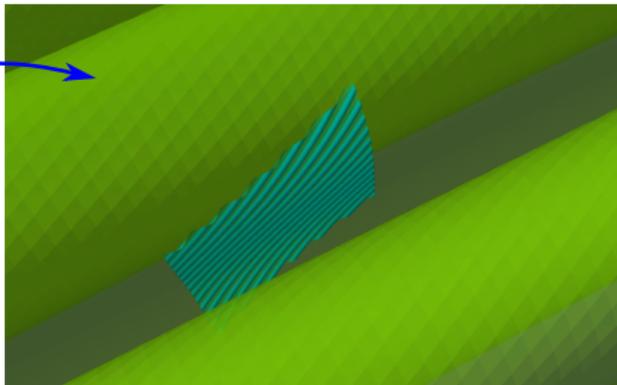
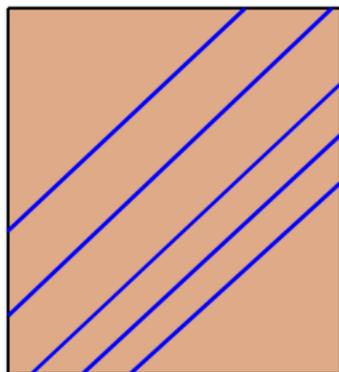
On applique l'intégration convexe dans 3 directions distinctes.

Pour assurer un plongement court, le nombre de corrugations  $N$  doit augmenter à chaque itération.

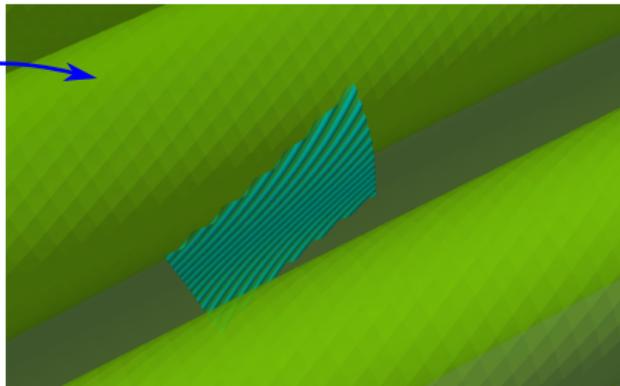
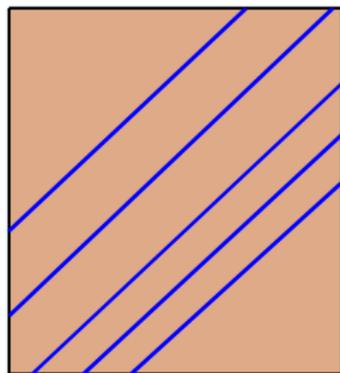
# Intégration Convexe bidimensionnelle



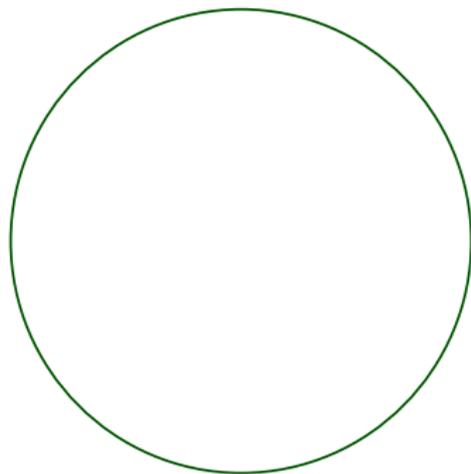
# Intégration Convexe bidimensionnelle

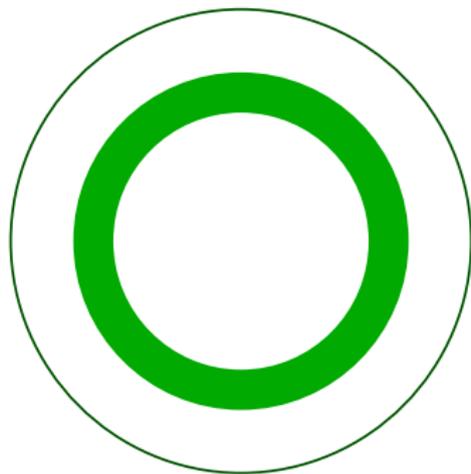


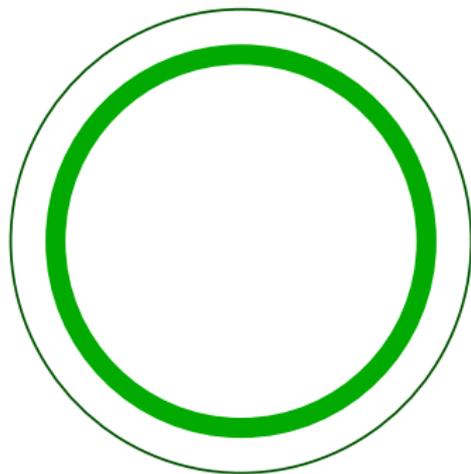
# Intégration Convexe bidimensionnelle

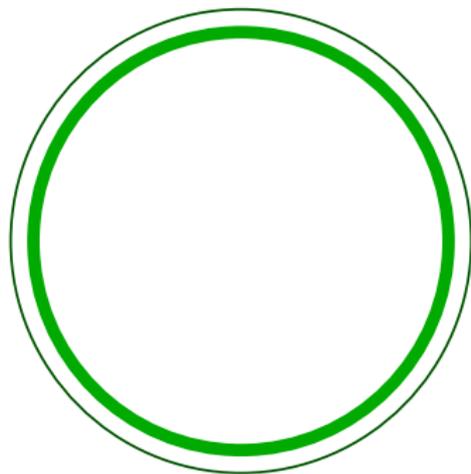


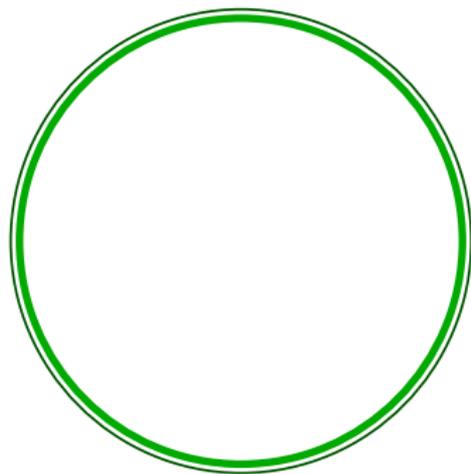
**Problème** : La relation différentielle des isométries est “fermée”. Mais l’intégration convexe exige une relation fermée.



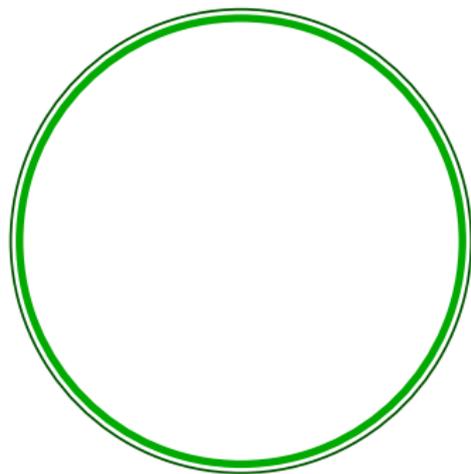








# Intégration Convexe bidimensionnelle



À la limite, on obtient un plongement isométrique.

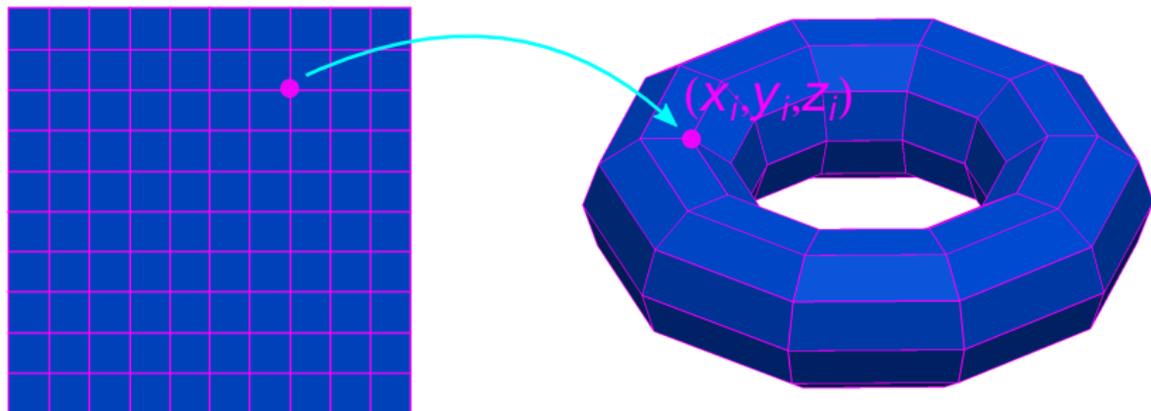
## L'algorithme

Pour  $i = 1$  à  $\infty$

- Corruguer dans trois directions pour satisfaire la relation différentielle du “ $i$ -ème cercle épaissi” en choisissant les nombres de corrugations pour conserver un plongement court.

# Implémentation

On code un plongement  $f : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  par sa valeur aux points d'une grille.



Par un calcul local on évalue les 4 premiers nombres de corrugations à

611

69311

20914595

6572411478

Avec 10 échantillons par oscillations cela nécessite une grille de  $(10 \times 6572411478)^2 \approx 4.3 \cdot 10^{19}$  sommets !

On réduit ces nombres à

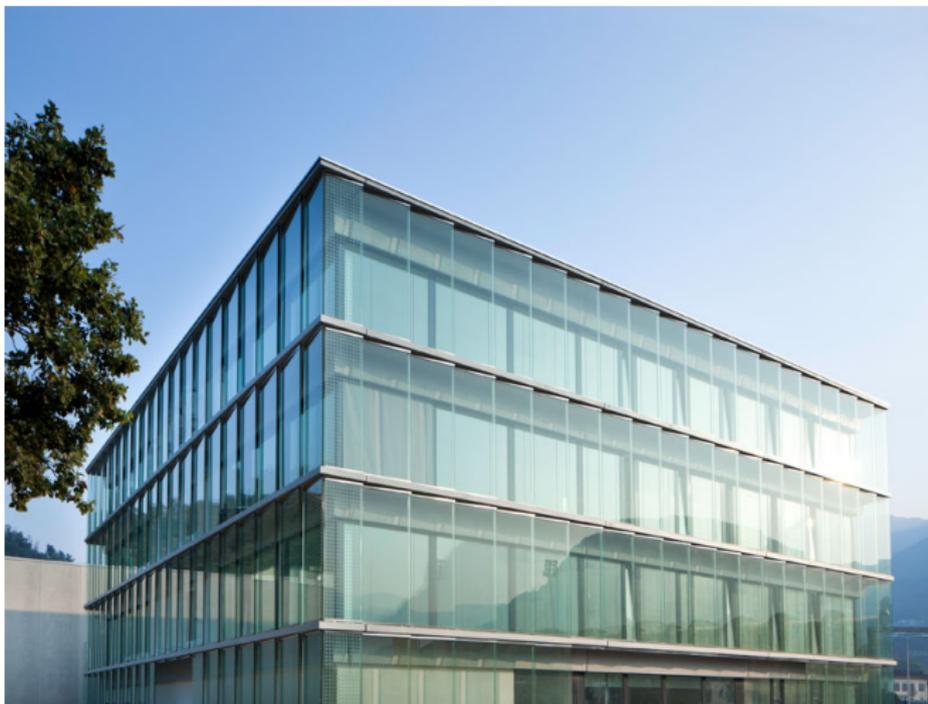
12

80

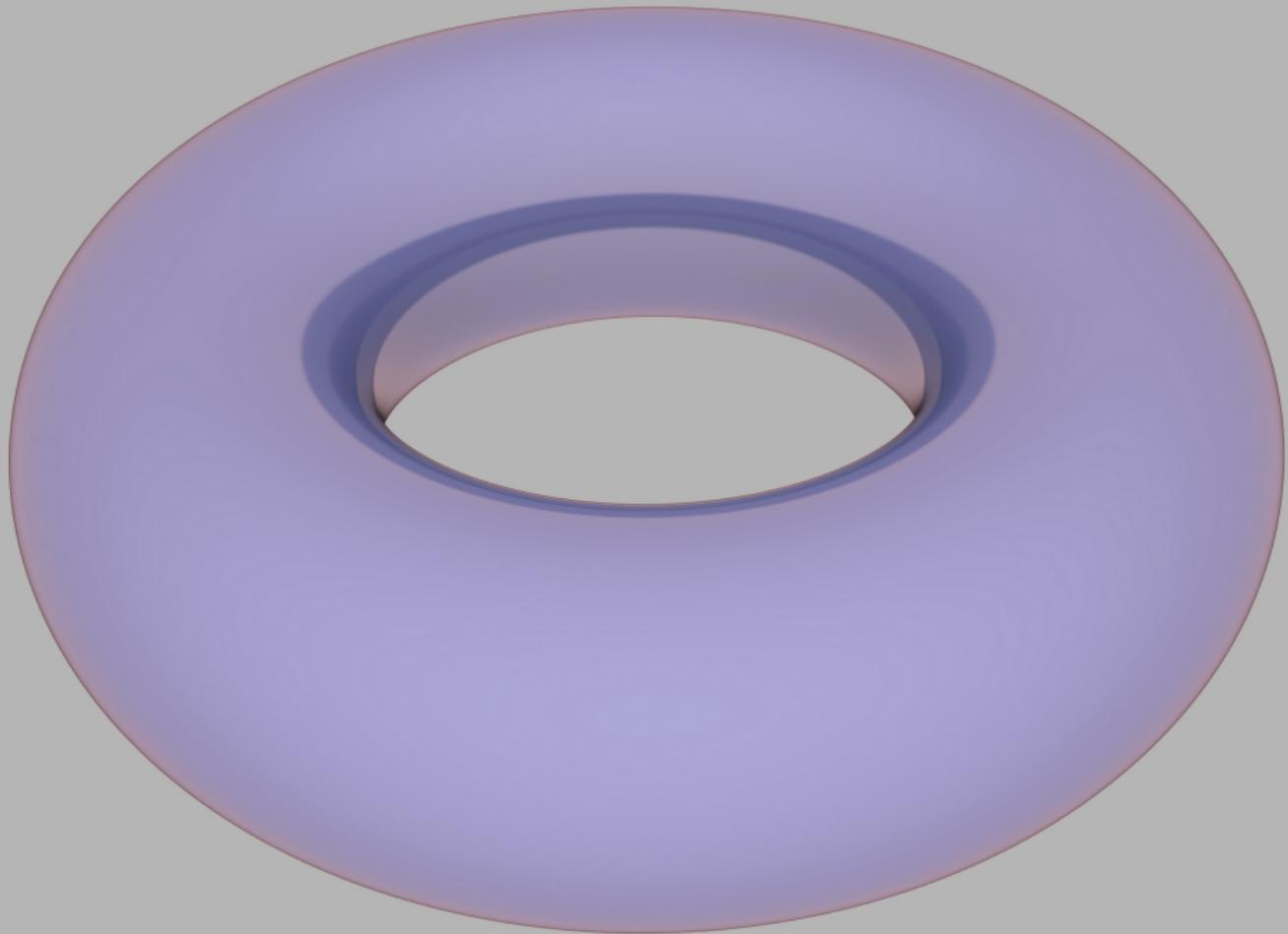
500

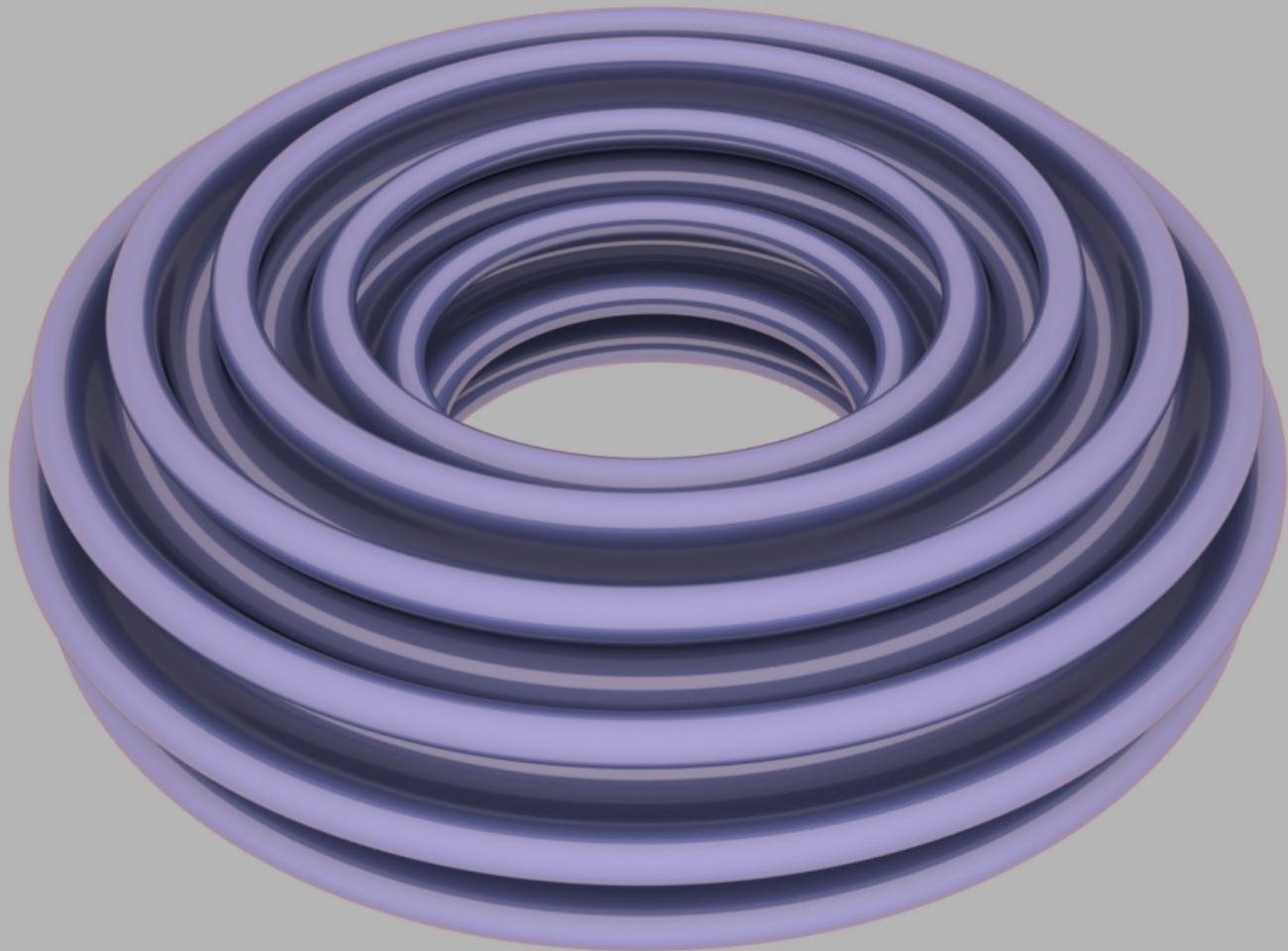
9000

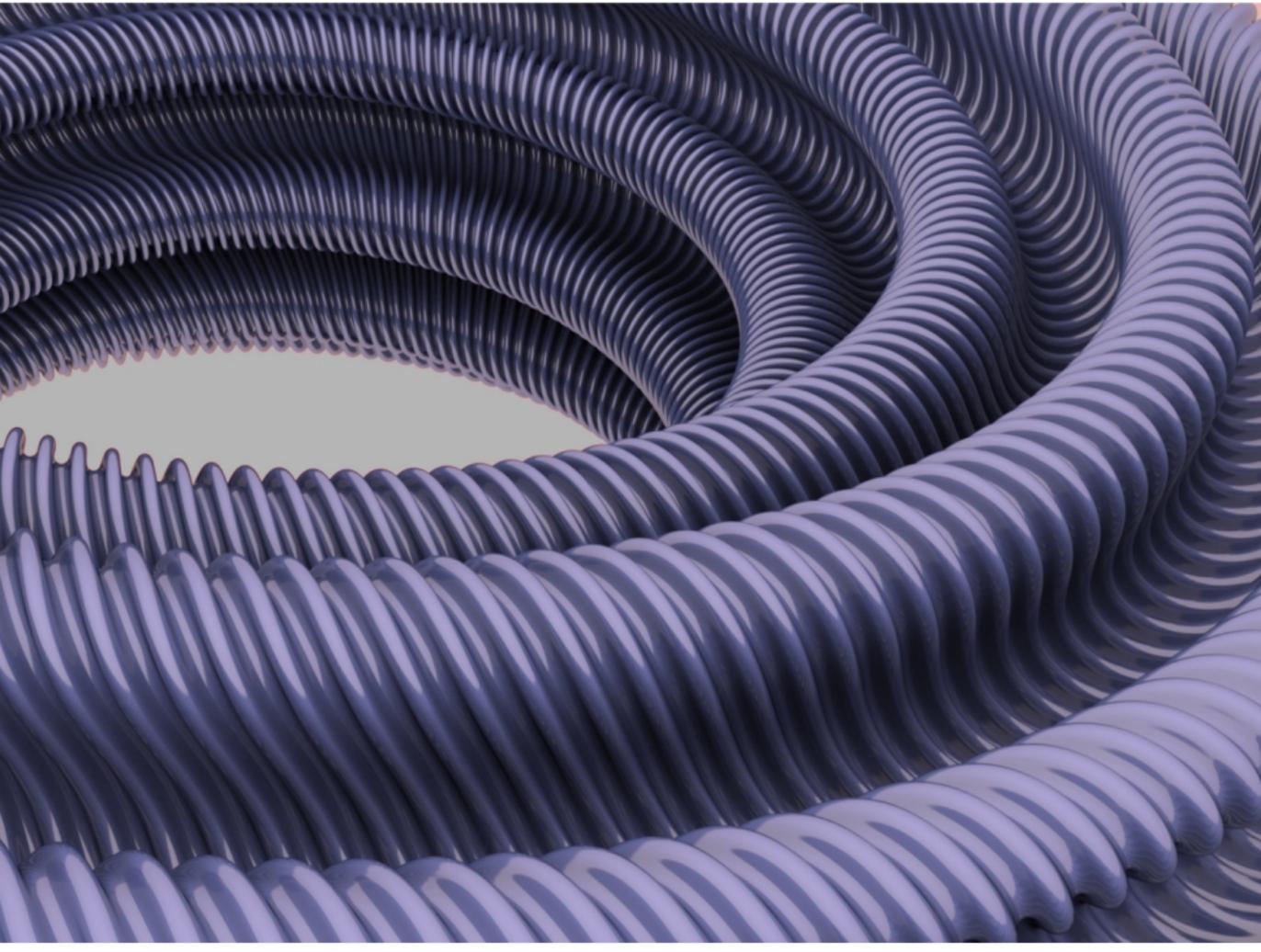
Ce qui nécessite déjà  $(10 \times 9000)^2 \approx 10$  milliards de sommets !

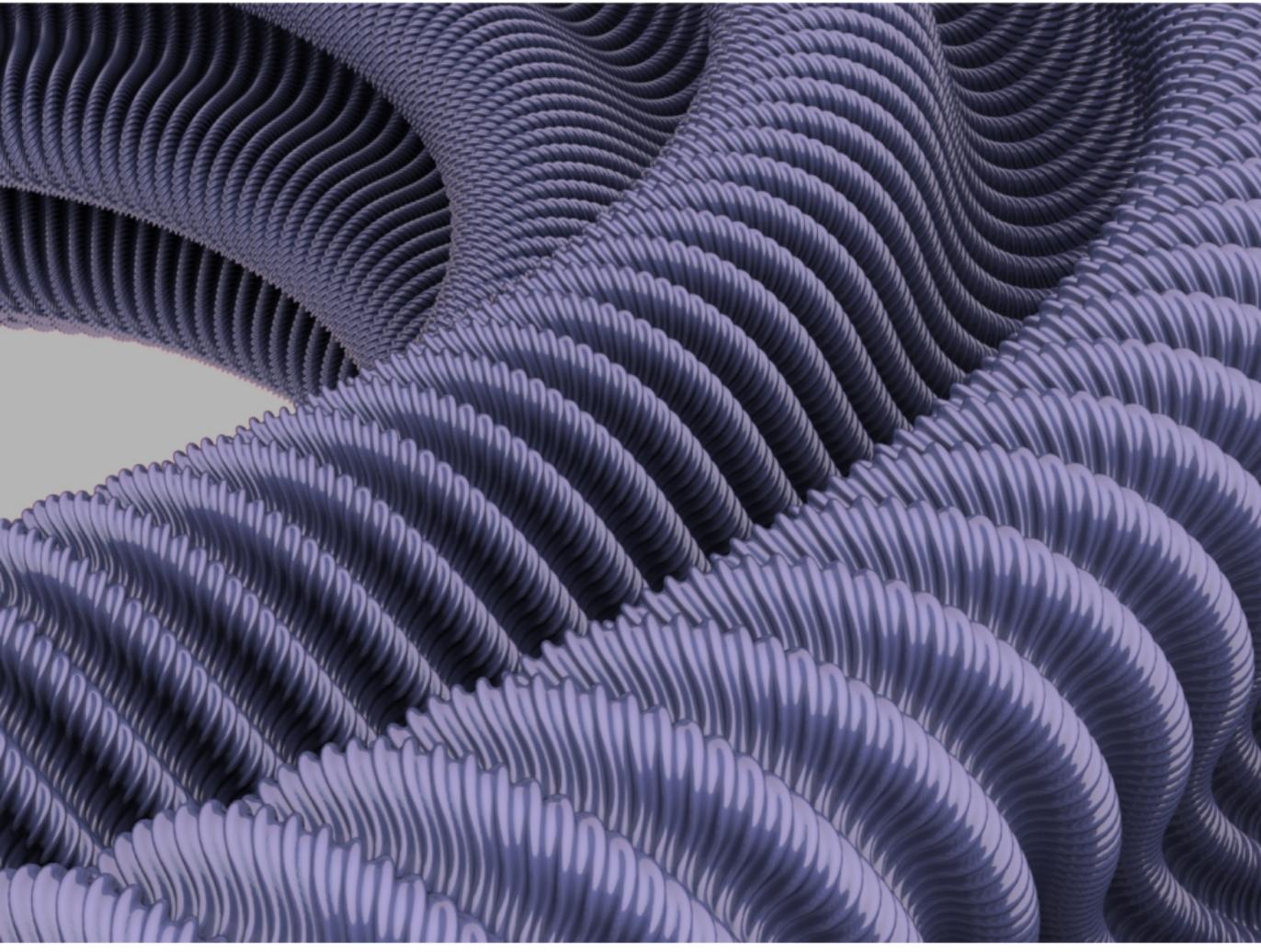


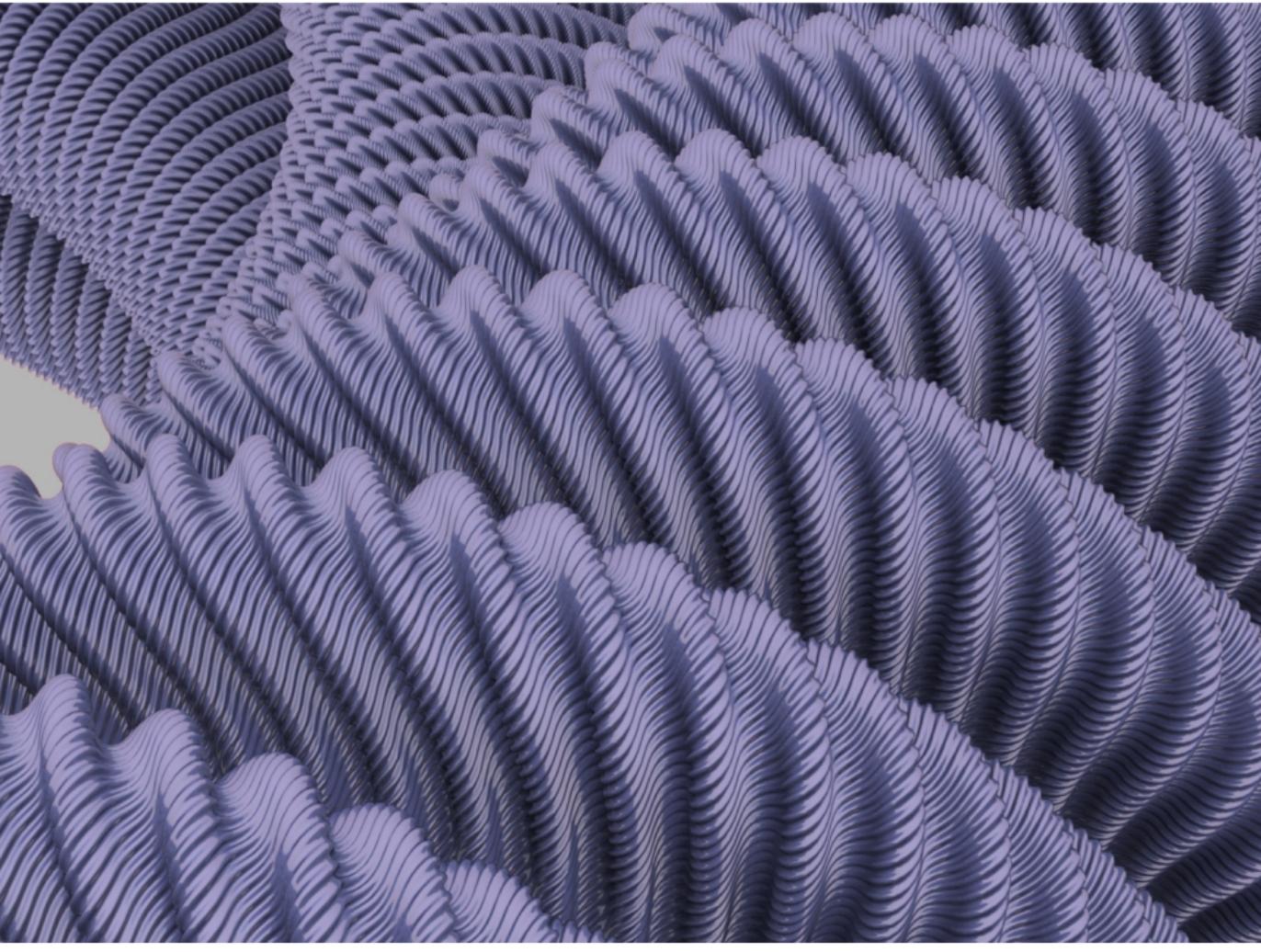
Le centre National Suisse de Supercalcul à Lugano

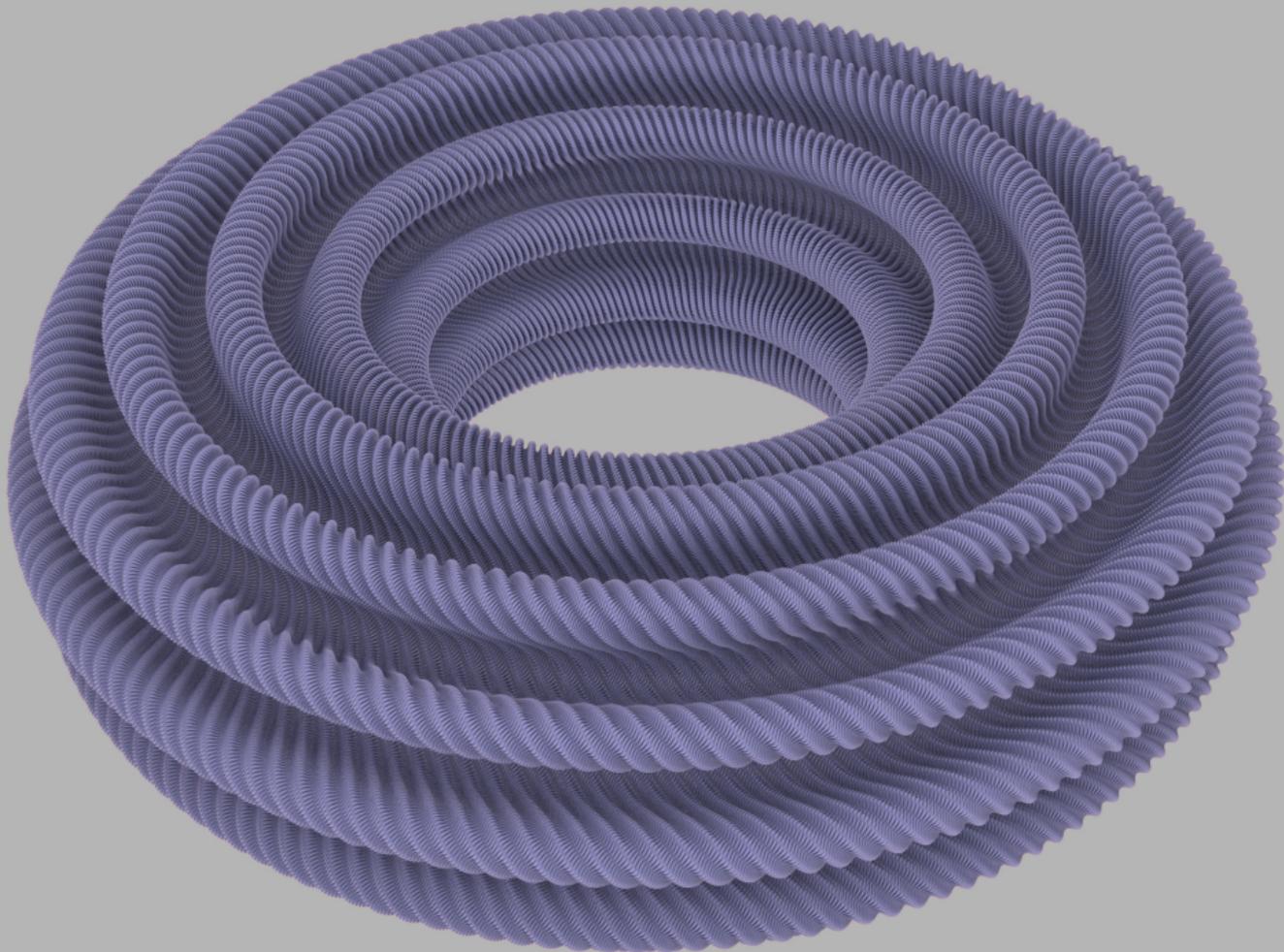


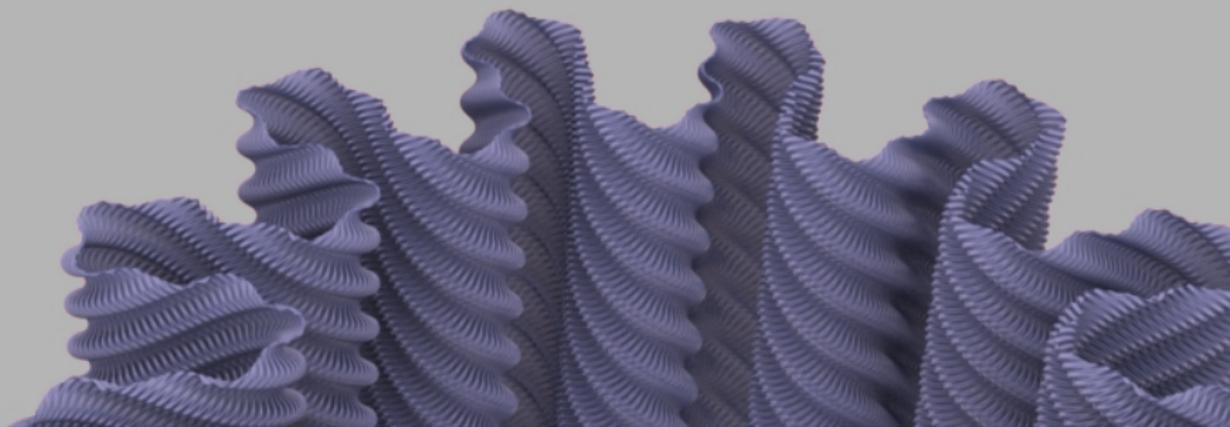


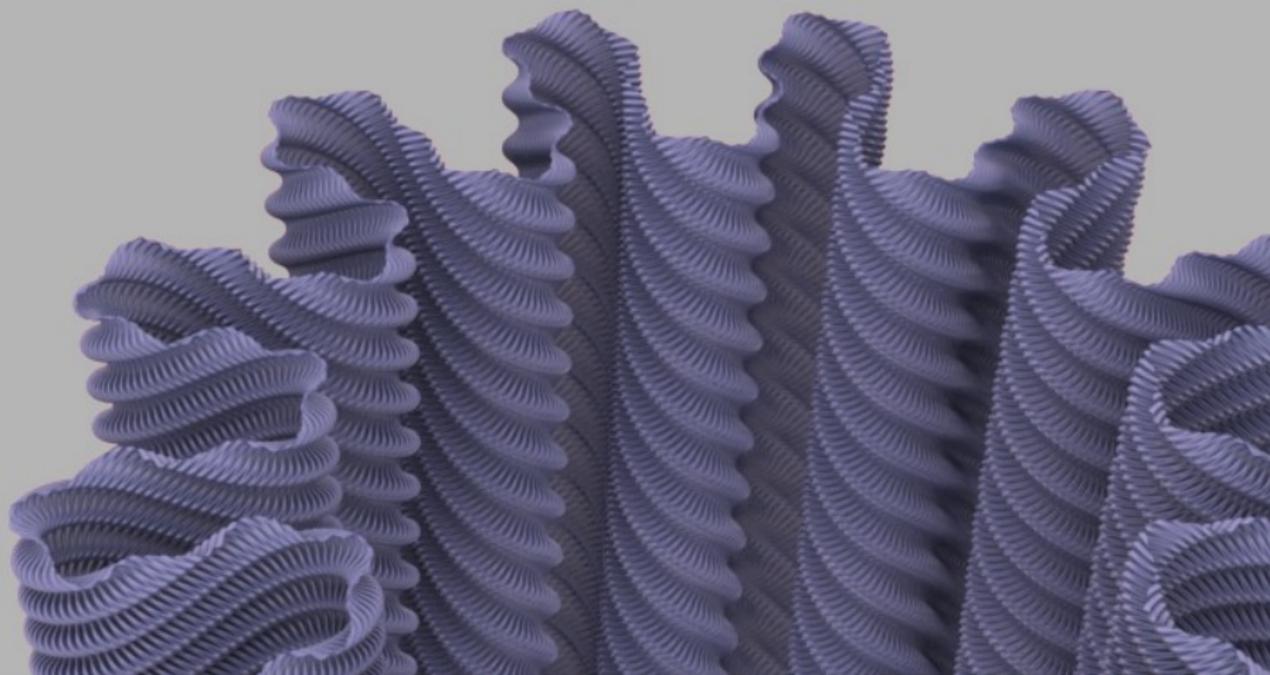


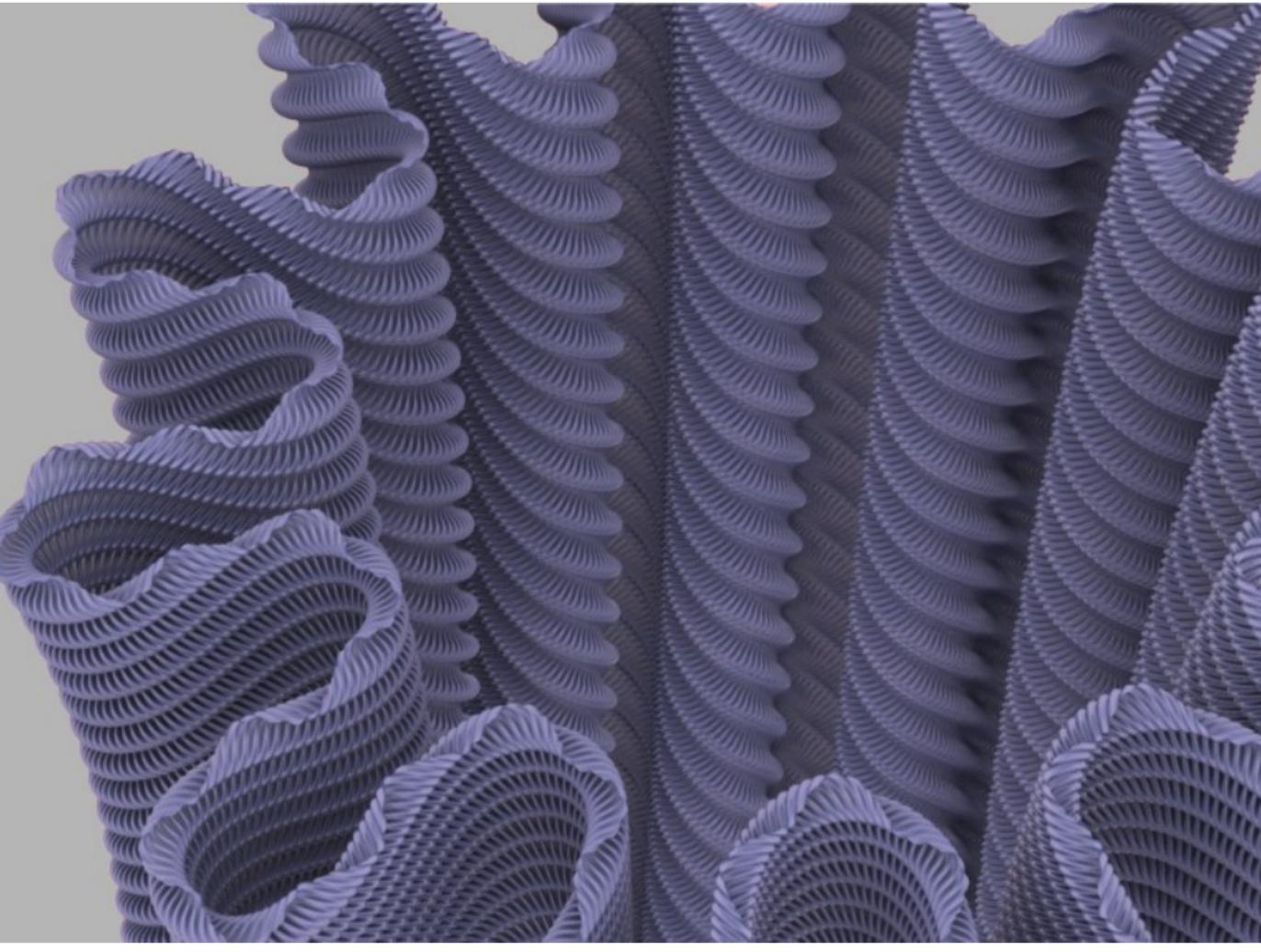


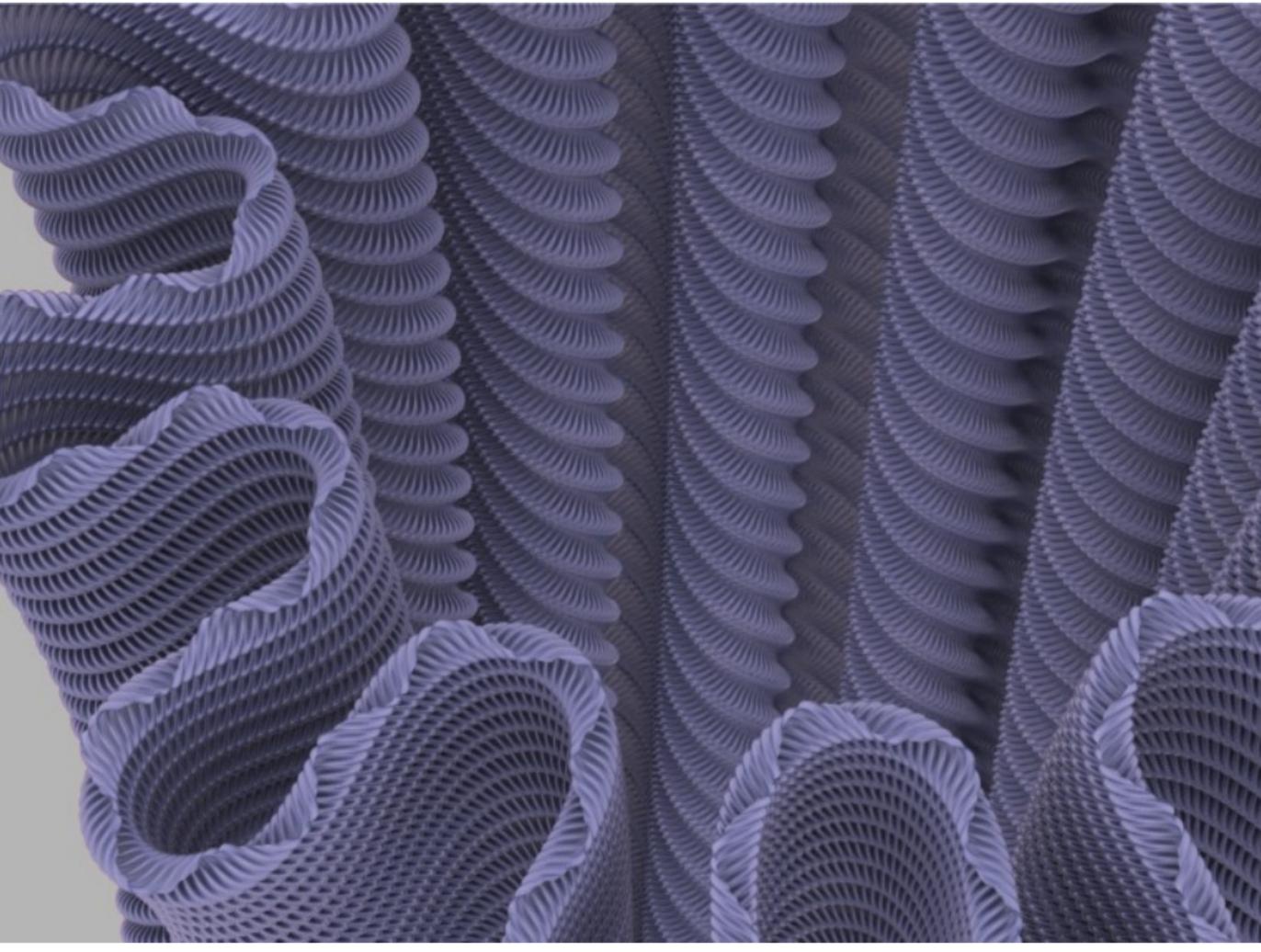


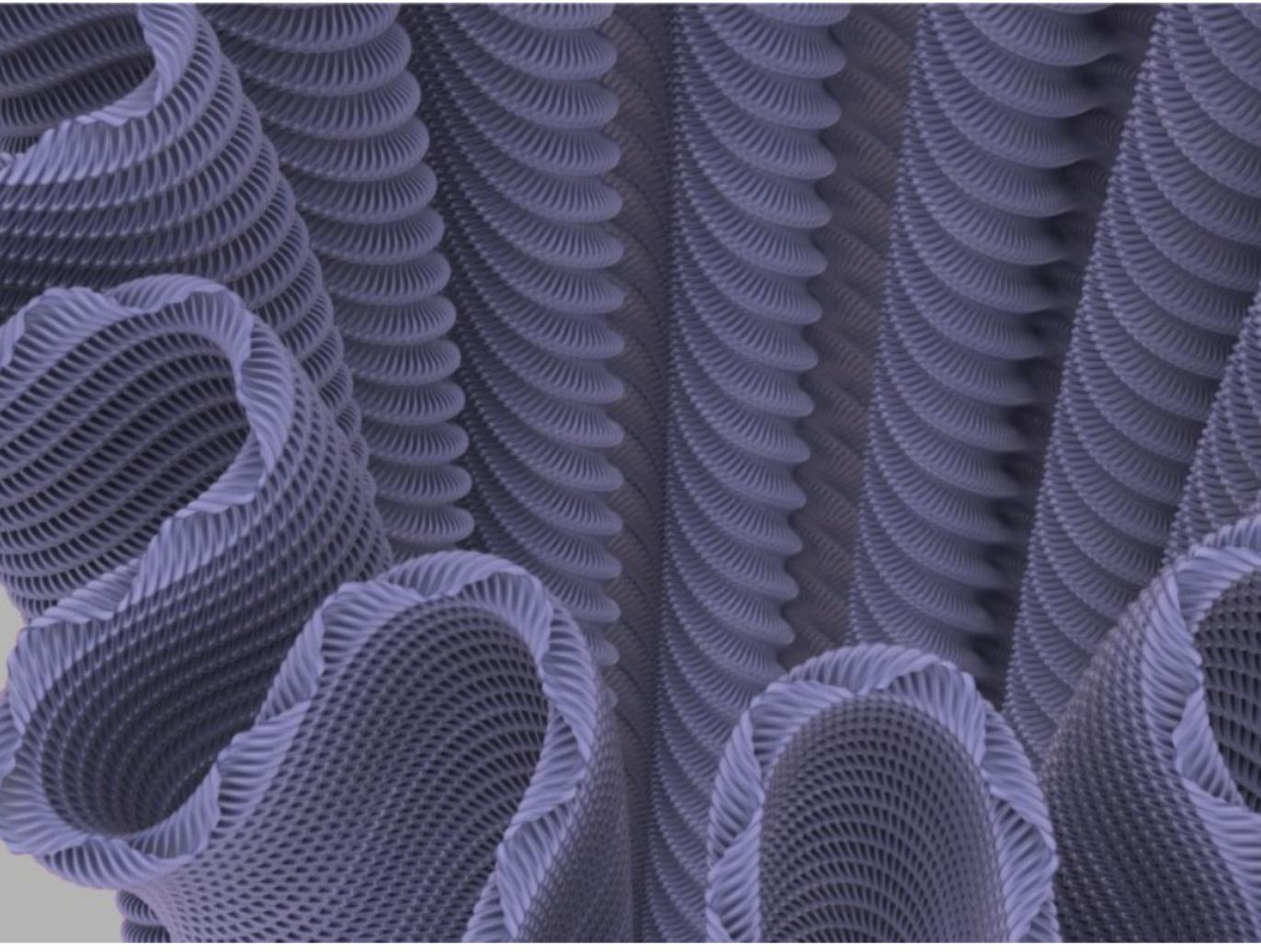


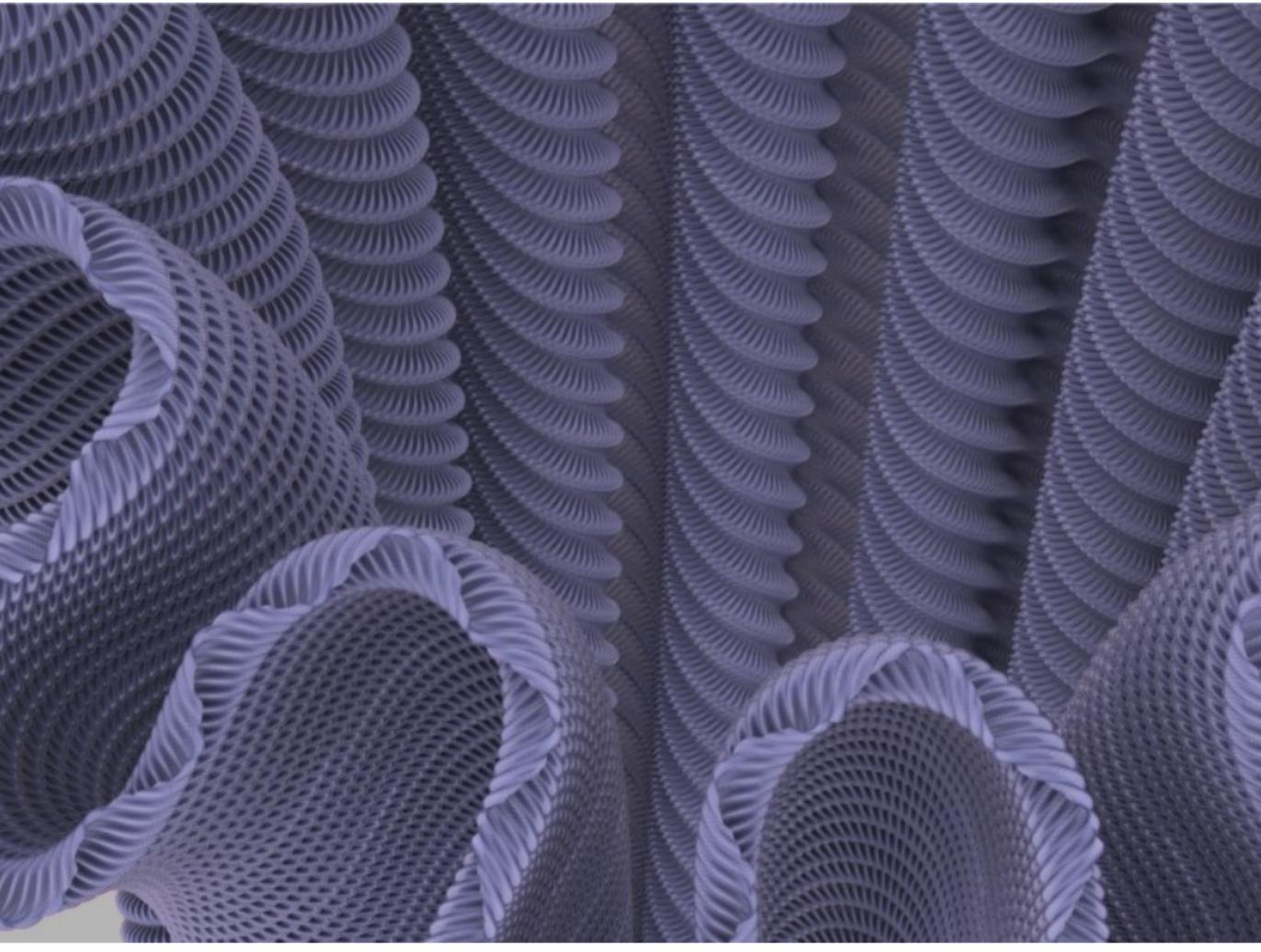


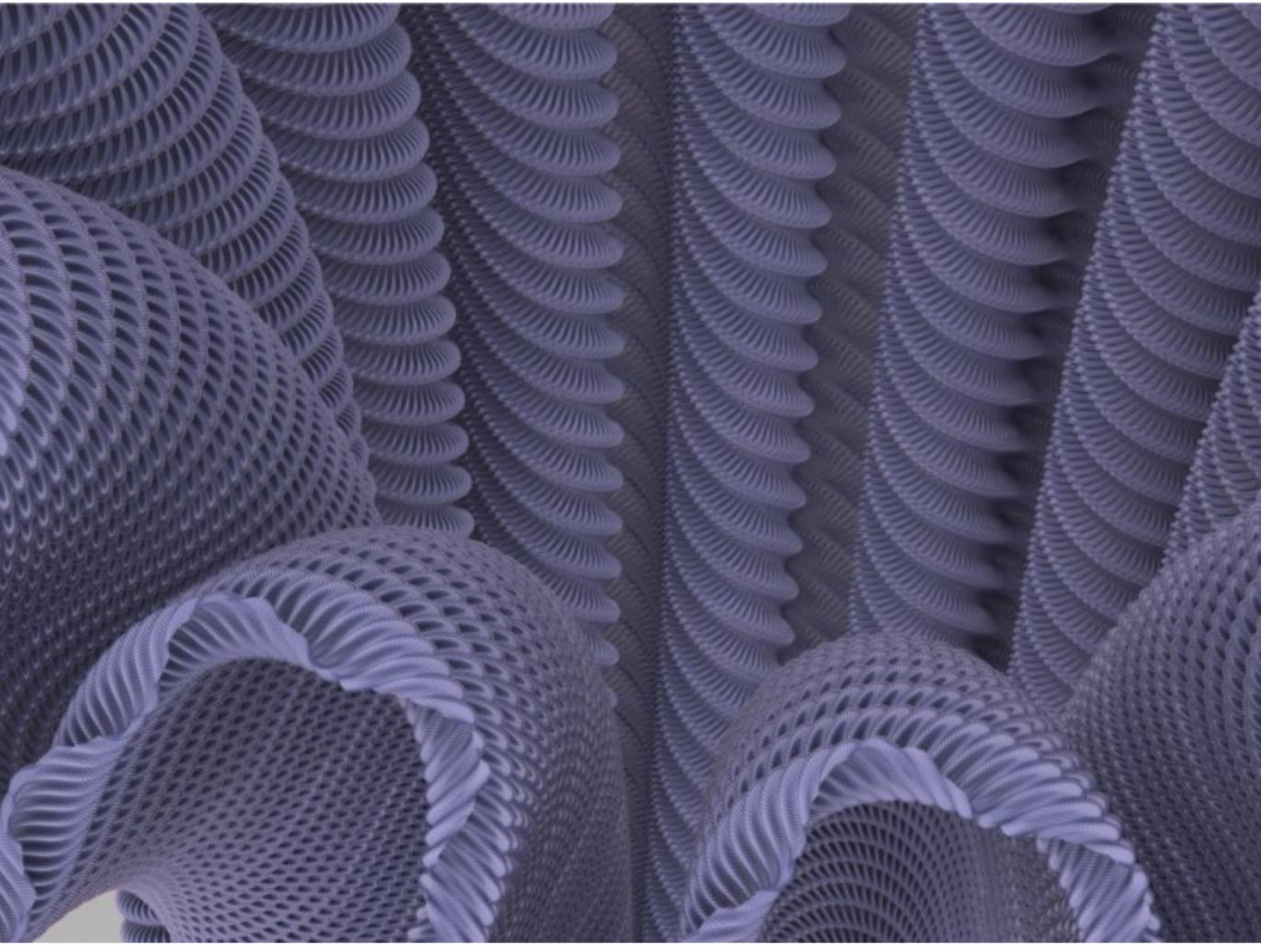


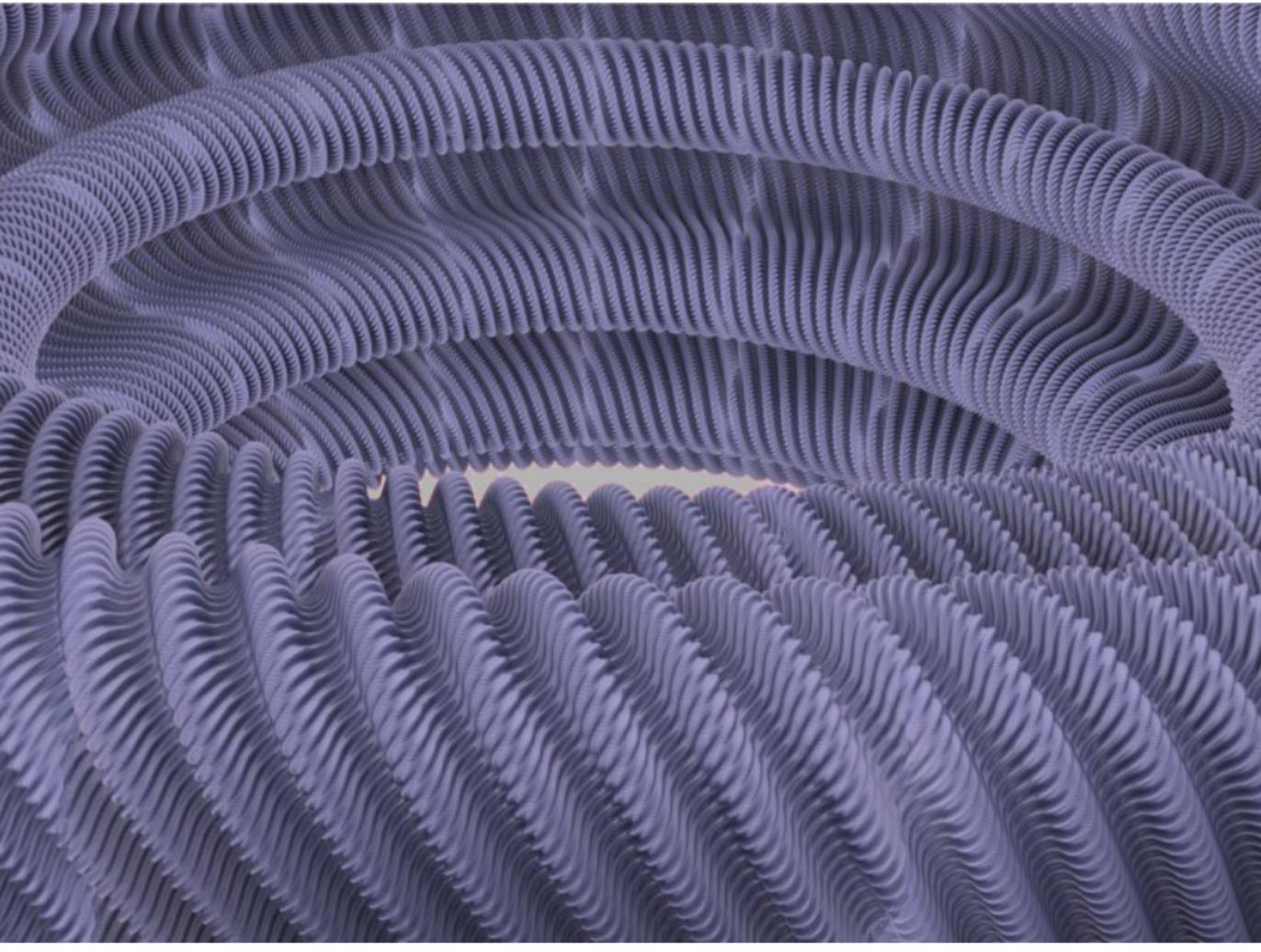


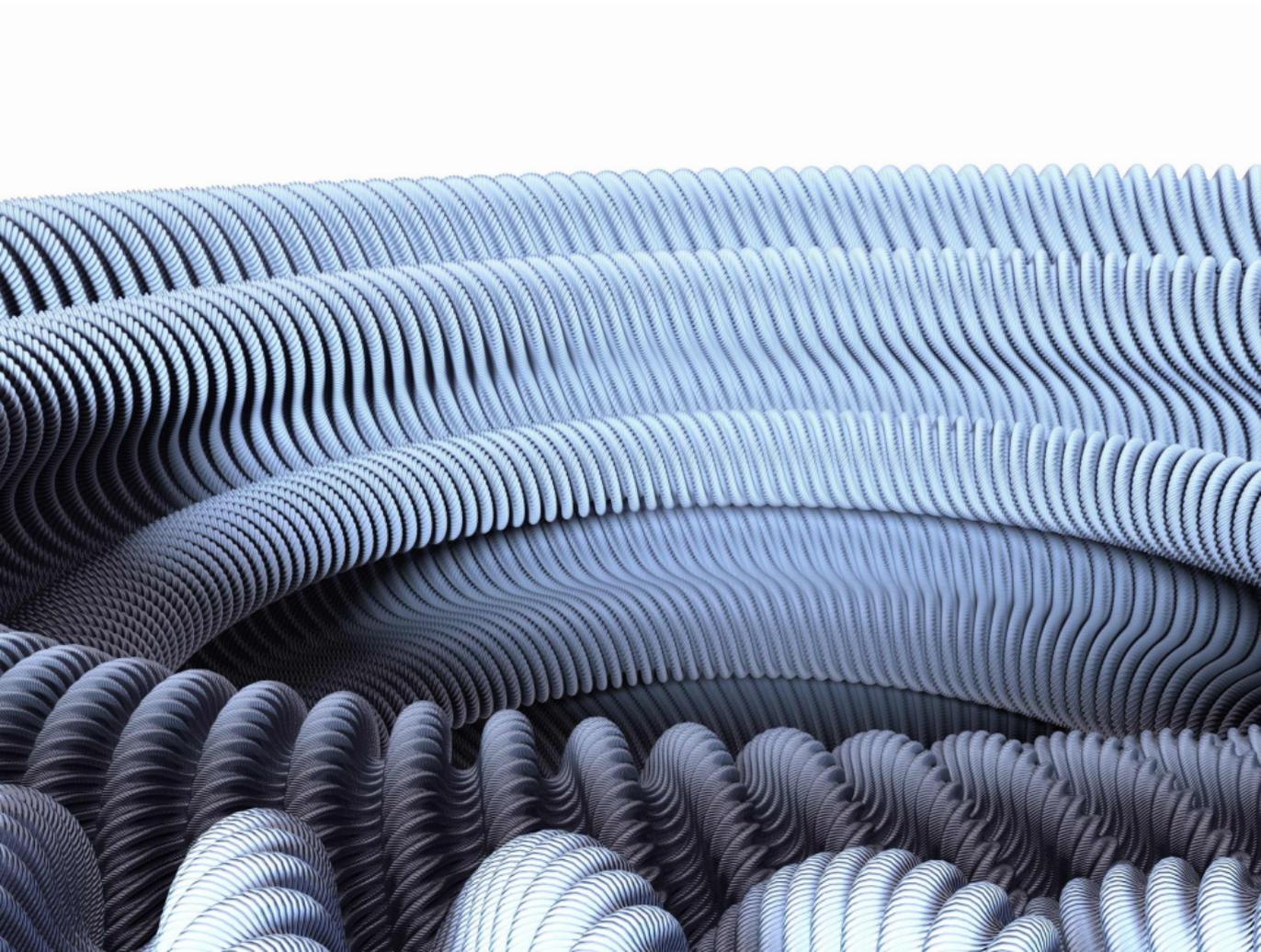


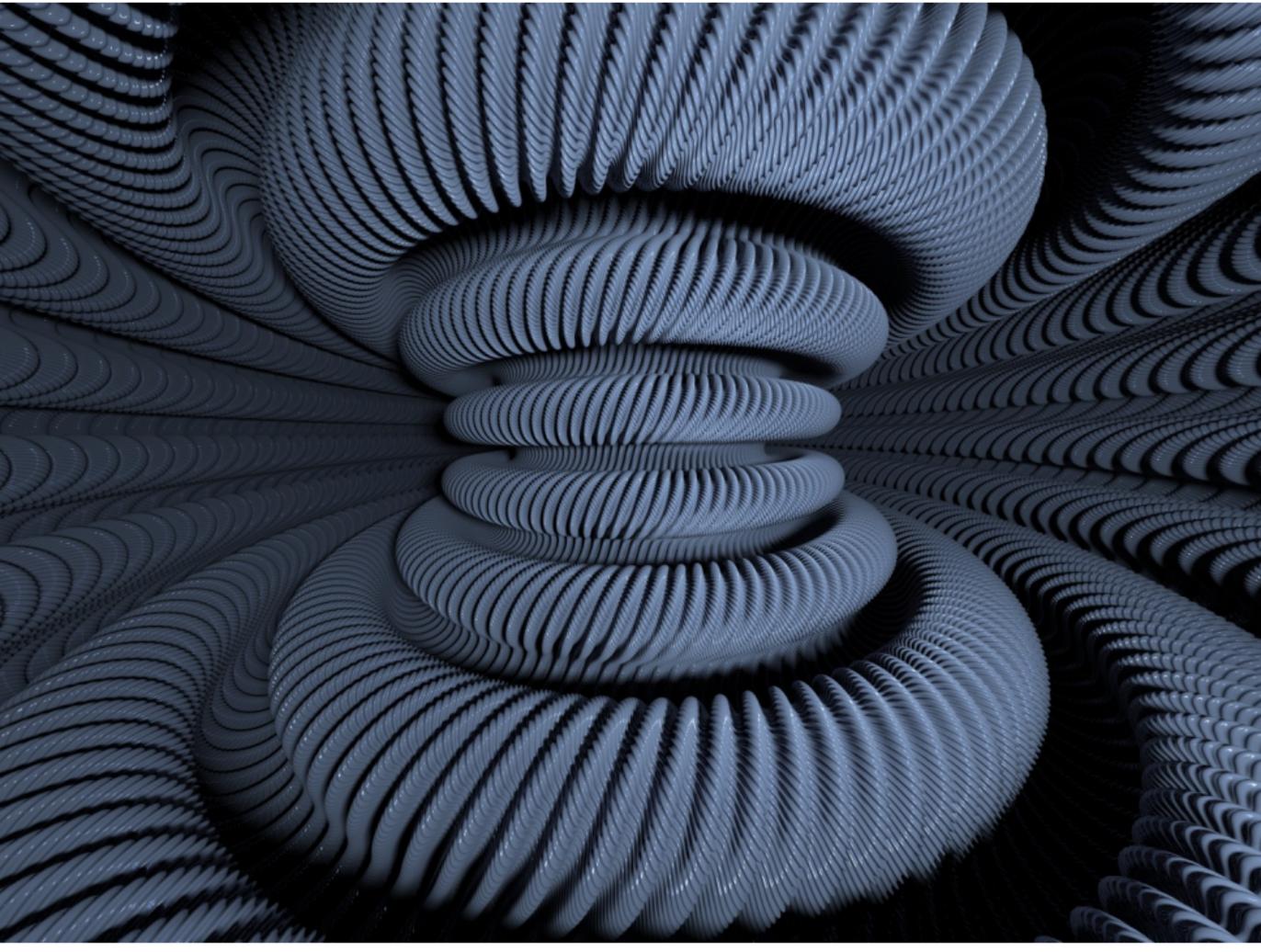


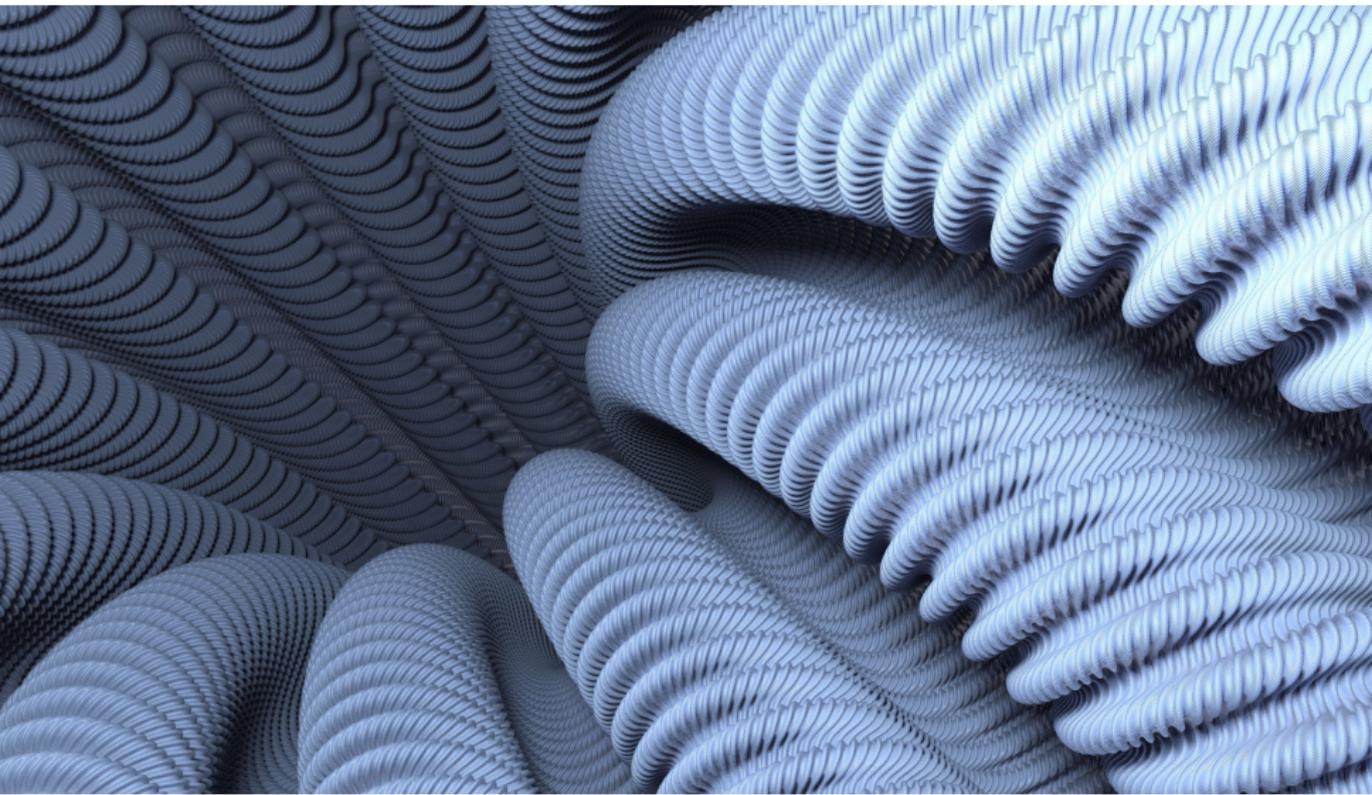






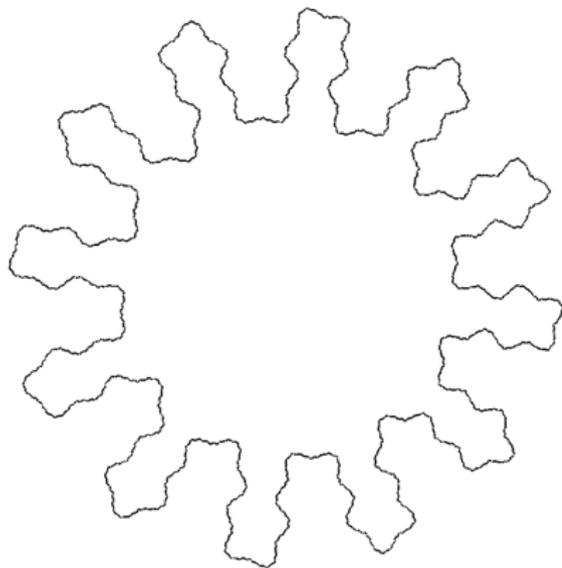
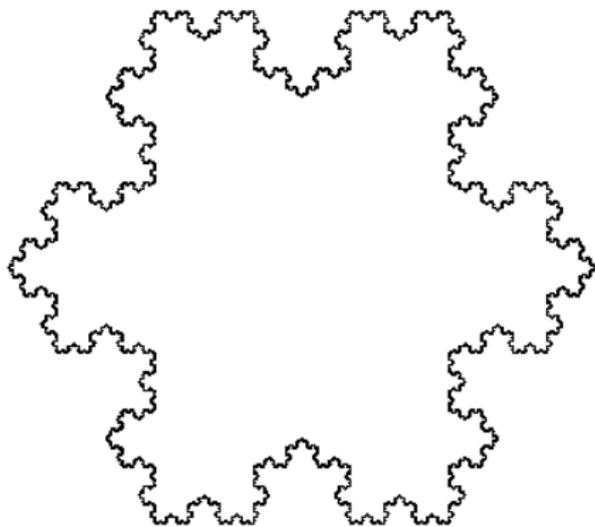






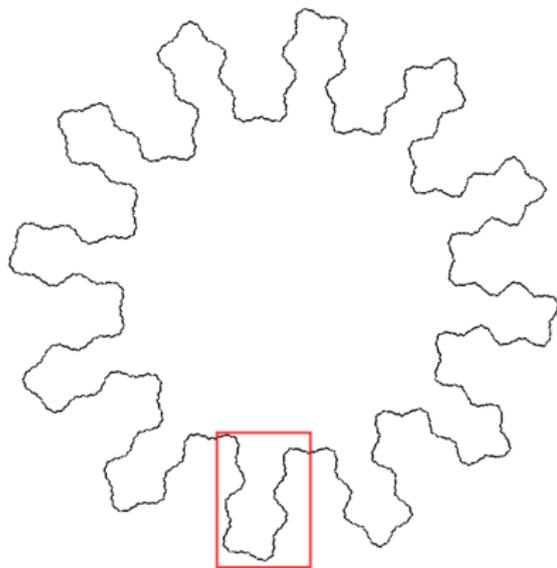
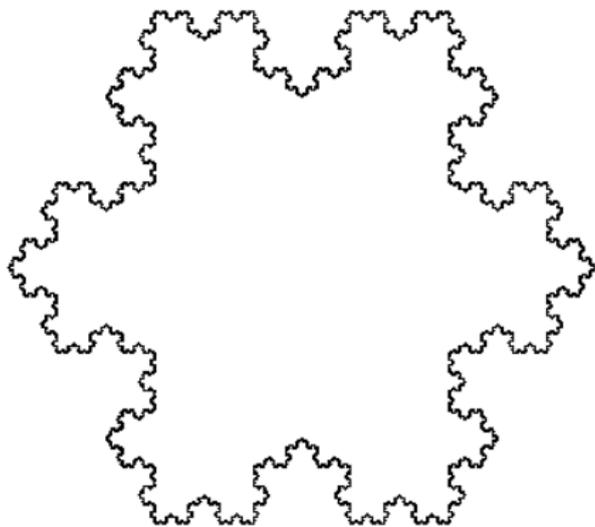
# Une forme inédite

L'étude du plongement isométrique du tore carré plat révèle une géométrie à mi-chemin entre une fractale et une surface lisse : **chaque point admet un plan tangent mais l'application de Gauss possède une structure fractale.**



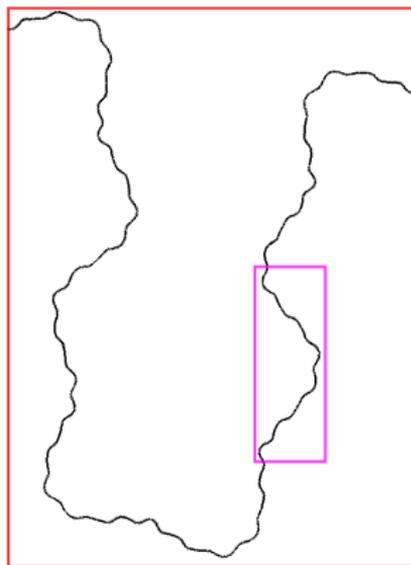
# Une forme inédite

L'étude du plongement isométrique du tore carré plat révèle une géométrie à mi-chemin entre une fractale et une surface lisse : **chaque point admet un plan tangent mais l'application de Gauss possède une structure fractale.**



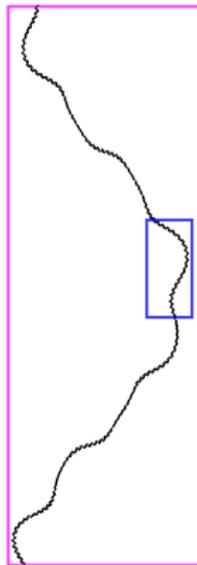
# Une forme inédite

L'étude du plongement isométrique du tore carré plat révèle une géométrie à mi-chemin entre une fractale et une surface lisse : **chaque point admet un plan tangent mais l'application de Gauss possède une structure fractale.**



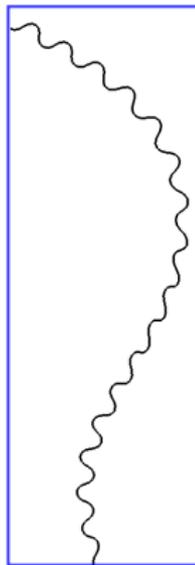
# Une forme inédite

L'étude du plongement isométrique du tore carré plat révèle une géométrie à mi-chemin entre une fractale et une surface lisse : **chaque point admet un plan tangent mais l'application de Gauss possède une structure fractale.**



# Une forme inédite

L'étude du plongement isométrique du tore carré plat révèle une géométrie à mi-chemin entre une fractale et une surface lisse : **chaque point admet un plan tangent mais l'application de Gauss possède une structure fractale.**



Show 1 reply



dogmaticicequation

26 Apr 2012 12:09 AM ↻

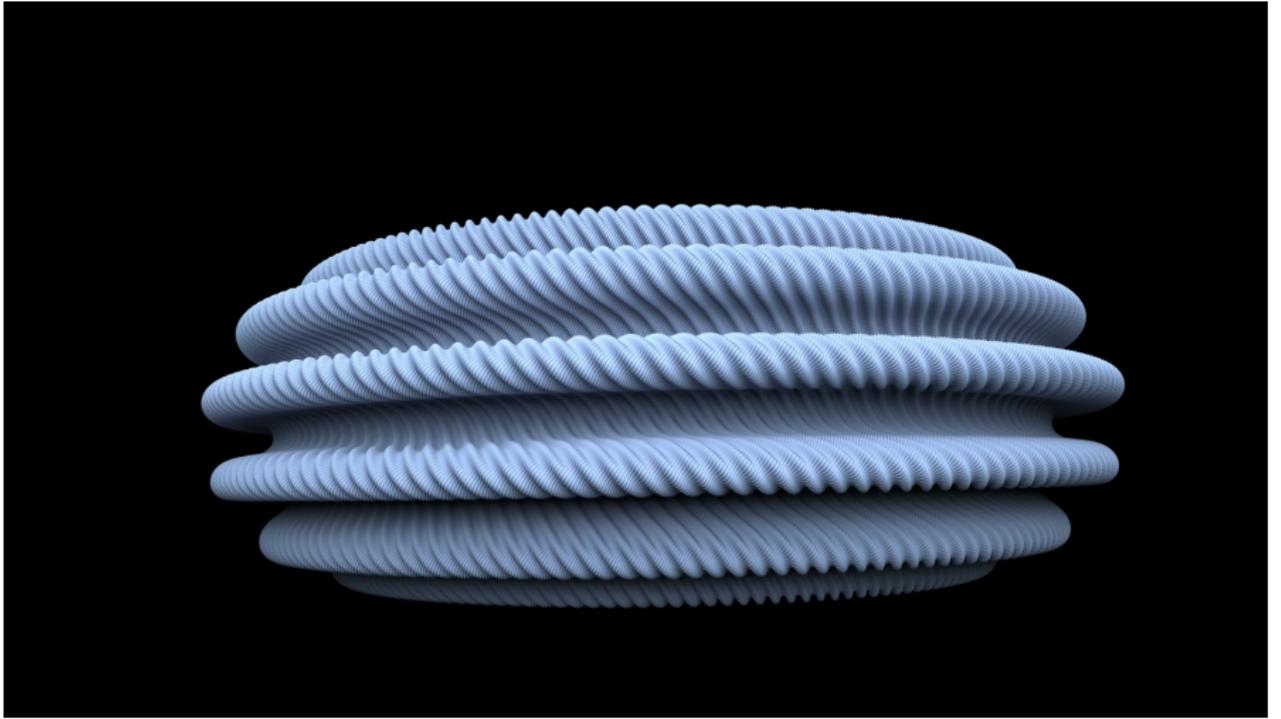
Leave it to the French to try and pass off baked goods as an advancement in science.

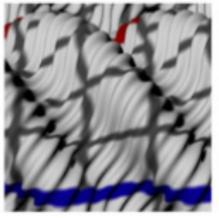
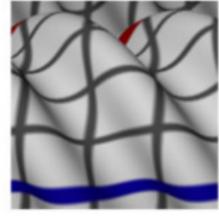
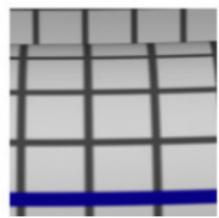
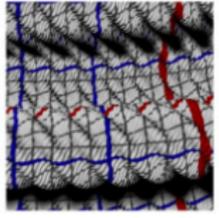
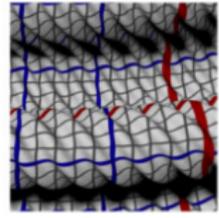
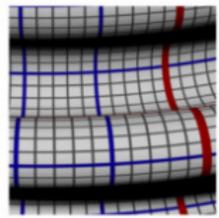
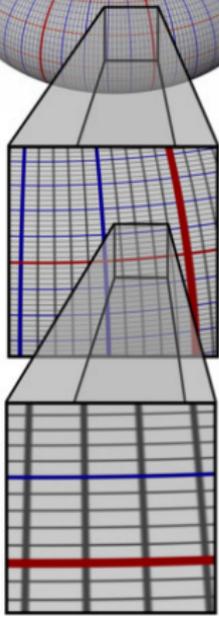
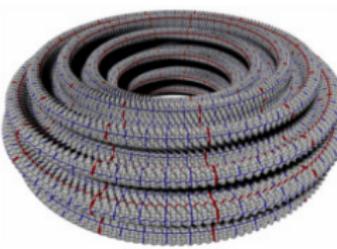
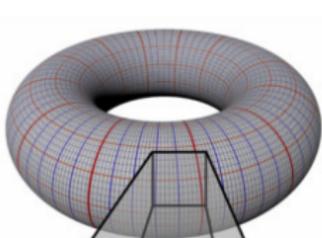
promoted by FrankN.Stein

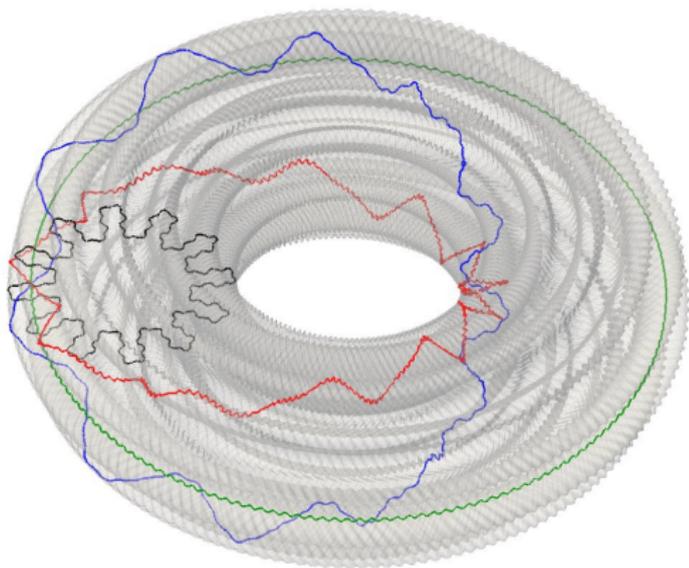
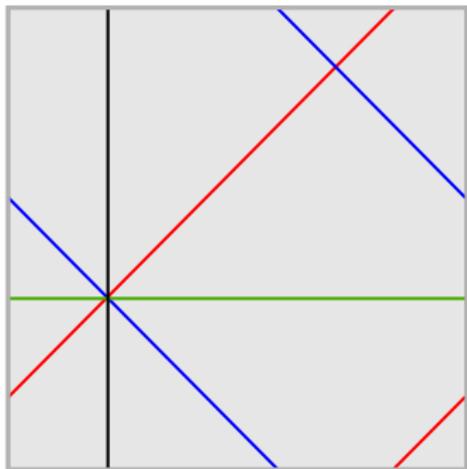








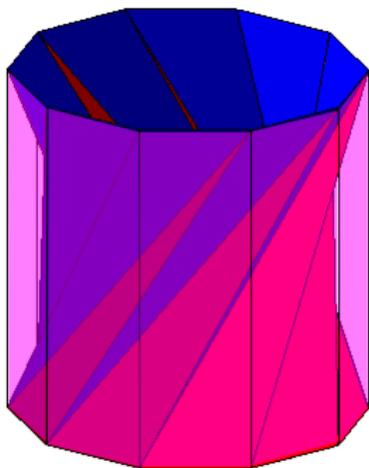
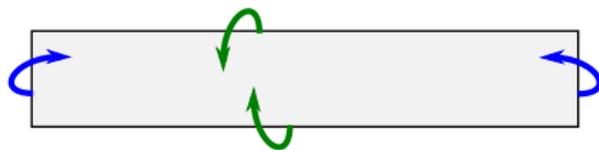
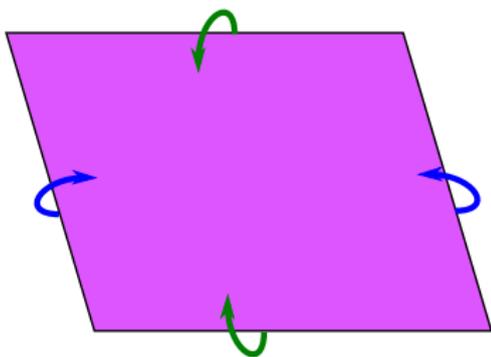




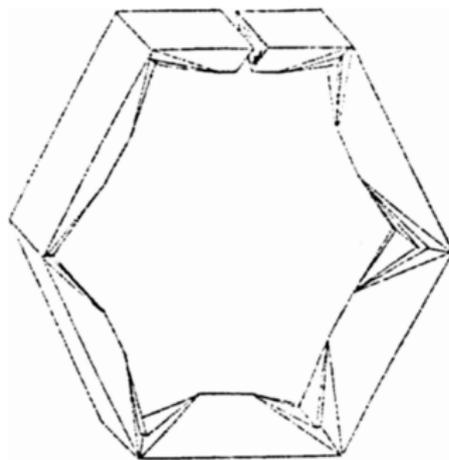


<http://math.univ-lyon1.fr/homes-www/borrelli/Hevea/>

# Plongement isométrique $C^0$ du tore carré plat



(c) R. Ferréol



(c) V. Zalgaller